

EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 835/1.ª Fase

14 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2016

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Para cada resposta, identifique o item.

Apresente as suas respostas de forma legível.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

Página em branco

Na resposta aos itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos visualizados na sua utilização, mais precisamente, consoante a situação:

- os gráficos obtidos e as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos e mínimos);
 - as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
 - as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).
-

Formulário

Teoria matemática das eleições

Conversão de votos em mandatos, utilizando o método de representação proporcional de Hondt

O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados, pela ordem decrescente da sua grandeza, numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral em causa; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série; no caso de só ficar um mandato por distribuir e de os termos seguintes da série serem iguais e de listas diferentes, o mandato cabe à lista que tiver obtido o menor número de votos.

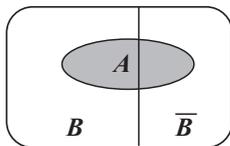
Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

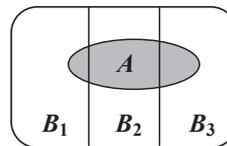
Probabilidades

Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ &= P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B | A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ &= P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B_k | A) &= \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B_k) \times P(A | B_k)}{P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)} \end{aligned}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3

Distribuição normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$\left[\bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$
<p>n – dimensão da amostra \bar{x} – média amostral σ – desvio padrão da variável z – valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável X , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$
<p>n – dimensão da amostra \bar{x} – média amostral s – desvio padrão amostral z – valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para uma proporção p , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$
<p>n – dimensão da amostra \hat{p} – proporção amostral z – valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Na resposta a cada item, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato. Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização.

1. Num determinado dia da próxima edição do festival de música MaréFest, vão atuar no palco principal as bandas A, B, C e D. Numa ação de campanha publicitária, os organizadores puseram à votação do público a ordem pela qual as bandas deveriam atuar. A votação decorreu *on-line*.

Ao votar, cada internauta tinha de dispor os nomes das bandas, A, B, C e D, de acordo com a ordem pela qual gostaria de as ver atuar, validando a seguir o seu voto. A votação encerrou quando foram apurados os votos dos primeiros mil internautas.

A Tabela 1 apresenta as preferências de 900 desses 1000 internautas.

Tabela 1

N.º de votos Preferências	200	400	300
	1. ^a	A	B
2. ^a	B	A	D
3. ^a	C	C	B
4. ^a	D	D	A

Os 100 internautas restantes votaram todos numa mesma ordenação das quatro bandas, sendo essa ordenação diferente das três constantes da Tabela 1.

Concluída a votação, os organizadores aplicaram o método a seguir descrito para tomarem a decisão final.

- São atribuídos pontos a cada uma das bandas em função do seu lugar na ordem de preferência. Cada banda recebe:
 - quatro pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - dois pontos por cada voto na terceira preferência;
 - um ponto por cada voto na quarta preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada uma das bandas.
- Ordenam-se as bandas, por ordem decrescente de pontuação, e será essa a ordem de atuação, ou seja, atua em primeiro lugar a banda mais votada.
- Em caso de empate, caberá aos elementos da organização escolher a ordem de atuação das bandas empatadas.

Demonstre que as afirmações seguintes são falsas, justificando a sua resposta.

I – A banda C poderá atuar em primeiro lugar.

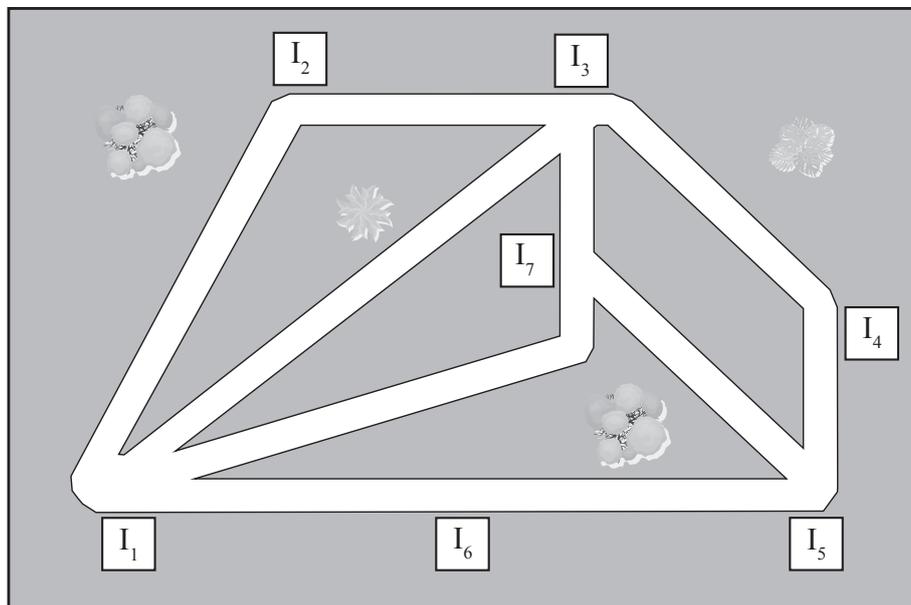
II – Nunca haverá bandas com o mesmo número de pontos.

Na sua resposta, apresente:

- a pontuação de cada banda, resultante da aplicação do método acima descrito aos votos registados na Tabela 1.
- para cada uma das afirmações, um exemplo que a contrarie e que resulte das votações possíveis dos 100 internautas cujas preferências se desconhecem.

2. Na Figura 1, apresenta-se um mapa do recinto do MaréFest no qual estão representadas as infraestruturas $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$ e I_7 , ligadas entre si através de troços pedonais.

Figura 1



Considera-se troço pedonal a ligação entre duas infraestruturas adjacentes, isto é, o percurso que pode ser usado para ir de uma dessas infraestruturas à outra sem passar por mais nenhuma.

Um vigilante do recinto pretende vistoriar as condições de segurança de todos os troços pedonais, iniciando e terminando a sua vistoria junto da mesma infraestrutura. Observando o mapa, conclui que não será possível, nestas condições, percorrer todos os troços pedonais sem repetir nenhum.

Apresente uma sugestão de um único troço pedonal a repetir pelo vigilante, que lhe permita percorrer todos os troços, iniciando e terminando a vistoria junto da mesma infraestrutura, sendo o número de troços a percorrer o menor possível.

Na sua resposta, apresente:

- um grafo que modele o mapa do recinto com as infraestruturas, de I_1 a I_7 , e com os troços pedonais.
- uma justificação da veracidade da conclusão do vigilante.

3. A organização do MaréFest contrata o aluguer do palco principal, durante seis dias, a uma empresa.

O custo do aluguer do palco resulta da soma de três valores:

- a taxa diária de utilização (U);
- a deslocação do equipamento (D);
- a montagem e a desmontagem do palco (M).

Os valores de U, D e M são calculados do seguinte modo:

$$U = 1250 \text{ €} \times n.^\circ \text{ de dias}$$

$$D = n.^\circ \text{ de km} \times \text{valor do km}$$

Os primeiros 30 km são pagos a 25 € por km.

Os restantes, caso existam, são pagos a 27,5 € por km.

$$M = n.^\circ \text{ de funcionários} \times n.^\circ \text{ de horas} \times \text{valor de cada hora}$$

O valor de cada hora, indicado na Tabela 2, depende do número de horas e do número de funcionários necessários para montar e desmontar o palco.

Tabela 2

N.º total de horas \ N.º total de funcionários]0, 4]]4, 7]]7, 10]
1 - 5	100 €	120 €	130 €
6 - 10	140 €	150 €	170 €
11 - 15	190 €	210 €	250 €

No orçamento apresentado, a empresa prevê uma deslocação de 50 km e considera necessários 8 funcionários e um total de 5 horas para montagem e desmontagem do palco principal.

Determine o custo total, em euros, do aluguer do palco principal.

4. Uma área do recinto do MaréFest será dividida por cinco dos seus patrocinadores, para promoção dos seus produtos. Os cinco representantes dos patrocinadores, Santos, Fernão, Barros, Lemos e Gomes, acordaram entre si que o algoritmo a seguir descrito proporcionaria uma divisão justa dessa área.

1.º passo: Atribui-se, aleatoriamente, uma ordem aos representantes. Considere-se que a ordem atribuída foi A, B, C, D e E.

2.º passo: O representante A escolhe uma parcela do recinto que considera corresponder a $\frac{1}{5}$ do total.

3.º passo: O representante B pronuncia-se, concordando com a divisão efetuada ou dela discordando:

- se considera que a parcela escolhida pelo representante A é $\frac{1}{5}$ do recinto (ou menos), passa a vez ao representante seguinte;

- se considera que a parcela escolhida pelo representante A é mais do que $\frac{1}{5}$ do recinto, retifica (retirando-lhe uma parte) e passa a vez ao representante seguinte.

4.º passo: O representante C repete o procedimento do 3.º passo e entrega a parcela em causa ao representante D.

5.º passo: O representante D repete o procedimento do 3.º passo e entrega a parcela em causa ao representante E.

6.º passo: O representante E procede também como se indica no 3.º passo e atribui a parcela resultante de todo este processo ao último representante que a retificou, ou, se ninguém a tiver retificado, entrega-a ao representante A.

Termina assim a primeira volta.

7.º passo: A segunda volta começa com o que resta do recinto e com menos um representante (aquele que recebeu a sua parcela no passo anterior) e inicia-se no representante a seguir ao que acabou de receber a parcela na volta anterior.

8.º passo: Realizam-se as voltas necessárias até que restem apenas dois representantes. Quando isso acontecer, um divide e o outro escolhe.

A ordem para a divisão do recinto, atribuída aleatoriamente, foi Barros, Fernão, Gomes, Lemos e Santos.

Na primeira volta, apenas Gomes retificou a parcela do recinto, na segunda ninguém o fez e na terceira volta retificaram Fernão e Barros.

Identifique, justificando, os representantes a quem foram atribuídas parcelas do recinto nas primeiras três voltas.

5. Na primeira noite do MaréFest, depois de terminarem os concertos no palco principal, a assistência dividiu-se pelas tendas Tecno, Dance e Chill.

Na Tabela 3, apenas estão registados os números relativos às presenças nas tendas Dance e Chill.

Tabela 3

	Homens	Mulheres
Tenda Dance	1540	2720
Tenda Chill	840	680

- 5.1. Escolhem-se aleatoriamente duas pessoas, uma a seguir à outra, de entre as contabilizadas na Tabela 3.

Determine a probabilidade de ambas estarem na tenda Dance.

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

- 5.2. Nessa noite, a afluência à tenda Tecno correspondeu a 20% do total das pessoas que se dividiram pelas três tendas. Das pessoas que estiveram na tenda Tecno, $\frac{3}{5}$ eram mulheres.

Quantos homens estiveram na tenda Tecno, nessa noite?

- 5.3. Tendo por referência o número de pessoas presentes na tenda Chill, na primeira noite do MaréFest, construa um intervalo de confiança a 90% para a proporção de mulheres presentes, por dia, na tenda Chill, no decurso do festival.

Relativamente aos valores dos extremos do intervalo, apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, cinco casas decimais.

6. A realização do MaréFest obriga à presença de elementos da organização no recinto do festival além dos dias em que as portas estão abertas ao público.

O número de elementos da organização presentes no recinto ao longo de quinze dias, na edição do MaréFest de 2010, está parcialmente registado no diagrama de caule-e-folhas da Figura 2. O algarismo das dezenas de cada registo é indicado no caule, e o algarismo das unidades é indicado nas folhas.

Figura 2

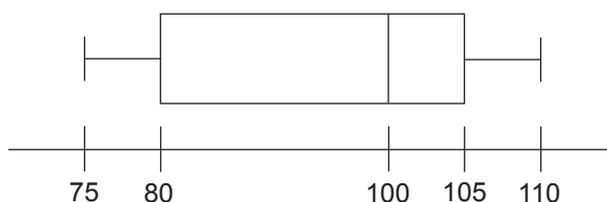
7	5	7	7		
8	0	0	3	<i>a</i>	8
9	3	9			
10	0	0	2	5	5

- 6.1. Determine o valor de *a* para que o número médio de elementos da organização presentes, por dia, nessa edição do MaréFest, seja 90.

- 6.2. Considere agora que *a* = 8.

Tendo por base os dados referentes ao número de elementos da organização presentes, por dia, no recinto, na edição do MaréFest de 2011, construiu-se o diagrama de extremos e quartis apresentado na Figura 3.

Figura 3



Comente a afirmação seguinte.

Os dados relativos ao número de elementos da organização presentes, por dia, no recinto do MaréFest situados entre o 1.º quartil e a mediana estão mais concentrados na amostra referente à edição de 2010 do que na amostra referente ao ano de 2011.

Na sua resposta, apresente:

- os valores do 1.º quartil e da mediana das distribuições de 2010 e de 2011.

7. A rádio oficial do MaréFest transmite em direto a partir do recinto do festival. Uma das transmissões em direto iniciou-se às 20h00 e teve a duração de seis horas.

Das pessoas que ouviam rádio nessa noite, a percentagem de ouvintes da rádio oficial do MaréFest ao longo do programa, t horas após o início da transmissão, é dada por

$$r(t) = 14,8 + 0,7e^{0,6t}, \text{ com } 0 \leq t \leq 6$$

7.1. Qual foi a percentagem de ouvintes da rádio oficial do MaréFest às 22h00?

Apresente a resposta arredondada às décimas.

7.2. No início da atuação da banda principal, a percentagem de ouvintes da rádio oficial era de, aproximadamente, 25,2%, tendo aumentado 13 pontos percentuais até ao final da atuação da banda.

Determine a hora de início e a hora de conclusão da atuação da banda principal.

Apresente o resultado em horas e minutos, arredondados às unidades.

Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

- o gráfico visualizado;
- as coordenadas de pontos relevantes arredondadas às décimas.

FIM

COTAÇÕES

Item											TOTAL
Cotação (em pontos)											
1.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.	5.3.	6.1.	6.2.	7.1.	7.2.	
25	20	15	15	15	20	20	15	20	15	20	200

ESTA FOLHA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 835

1.^a Fase

EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 835/1.ª Fase

Critérios de Classificação

9 Páginas

2016

VERSÃO DE TRABALHO

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada de vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplos: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora», «na sua resposta, deve»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.

Situação	Classificação
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	<p>Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista.</p> <p>Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.</p>
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	<p>Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte:</p> <ul style="list-style-type: none"> — nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; — nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	<p>Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.</p> <p>Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).</p>
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).</p>
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	<p>A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).</p>
10. Resolução incompleta de uma etapa.	<p>Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p>
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.</p>
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>

Situação	Classificação
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. **25 pontos**
- Apresentar a pontuação de cada banda, resultante da aplicação do método descrito aos votos registados na Tabela 1 (3+3+3+3) 12 pontos
[Banda A (2300); Banda B (2800); Banda C (2400); Banda D (1500)]
- Demonstrar que a afirmação I é falsa 6 pontos
[A afirmação I é falsa, pois, caso os 100 internautas cujas preferências se desconhecem tivessem votado na banda C, na primeira preferência, esta obteria no máximo 2800 pontos, nunca ultrapassando a banda B, que teria um mínimo de 2900 pontos.]
- Demonstrar que a afirmação II é falsa 7 pontos
[A afirmação II é falsa, pois as bandas A e C poderão ficar empatadas; para isso, basta que, na votação dos 100 internautas cujas preferências se desconhecem, a banda A fique mais bem posicionada do que a banda C, e em lugares de preferência consecutivos.]
2. **20 pontos**
- Apresentar um grafo que modele o mapa do recinto 9 pontos
- Identificar os vértices 2 pontos
- Desenhar as arestas 7 pontos
- Justificar, recorrendo à condição necessária e suficiente, o facto de o grafo não admitir circuitos de Euler 8 pontos
- Referir a existência de vértices de grau ímpar (I_5 e I_7) 5 pontos
- Referir, recorrendo à condição necessária e suficiente, o facto de o grafo não admitir circuitos de Euler 3 pontos
- Apresentar a duplicação da aresta ($I_5 I_7$) 3 pontos
3. **15 pontos**
- Calcular o valor de U (7500 euros) 3 pontos
- Calcular o valor de D (1300 euros) 5 pontos
- Calcular o valor de M (6000 euros) 5 pontos
- Calcular o custo do aluguer (14 800 euros) 2 pontos

4.	15 pontos
Identificar que, na primeira volta, foi atribuída uma parcela do recinto a Gomes ...	1 ponto
Justificar, referindo que Gomes foi o único que retificou a parcela do recinto na primeira volta.....	2 pontos
Identificar que, na segunda volta, foi atribuída uma parcela do recinto a Lemos ...	2 pontos
Justificar, referindo que a segunda volta se inicia com Lemos e que ninguém retificou a parcela do recinto	4 pontos
Identificar que, na terceira volta, foi atribuída uma parcela do recinto a Fernão	2 pontos
Justificar, referindo que a terceira volta se inicia com Santos e que Fernão foi o último a retificar a parcela do recinto	4 pontos

5.1.	15 pontos
Determinar o número total de pessoas nas tendas Dance e Chill (5780).....	2 pontos
Determinar o número de casos possíveis (5780×5779)	4 pontos
Determinar o número total de pessoas na tenda Dance (4260)	2 pontos
Determinar o número de casos favoráveis (4260×4259).....	4 pontos
Apresentar a expressão que permite calcular o valor da probabilidade $\left(\frac{4260 \times 4259}{5780 \times 5779}\right)$	2 pontos
Determinar o valor da probabilidade (54%)	1 ponto

5.2.	20 pontos
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.	
1.º Processo	
Indicar o número total de presenças nas tendas Dance e Chill (5780)	1 ponto
Determinar o número de presenças na tenda Tecno	10 pontos
Reconhecer que o número total de presenças nas tendas Dance e Chill corresponde a 80% das presenças nas três tendas	6 pontos
Calcular o número de presenças na tenda Tecno (1445).....	4 pontos
Determinar o número de mulheres presentes na tenda Tecno (867).....	6 pontos
Determinar o número de homens presentes na tenda Tecno (578)	3 pontos

2.º Processo

Considerem-se os seguintes acontecimentos:

T: «estar presente na tenda Tecno»

H: «ser homem»

Determinar a percentagem de homens presentes na tenda Tecno 9 pontos

Obter o valor de $P(H|T)\left(\frac{2}{5}\right)$ 3 pontos

Determinar o valor de $P(H \cap T)$ (8%) 6 pontos

Indicar o número total de presenças nas tendas Dance e Chill (5780) 1 ponto

Reconhecer que o número total de presenças nas tendas Dance e Chill corresponde a 80% das presenças nas três tendas 6 pontos

Determinar o número de homens presentes na tenda Tecno (578) 4 pontos

5.3. **20 pontos**

Identificar os valores de \hat{p} , de n e de z para um intervalo com 90% de confiança 14 pontos

Determinar o valor do parâmetro \hat{p} 12 pontos

Calcular o número de casos possíveis (1520) 4 pontos

Identificar o número de casos favoráveis (680) 3 pontos

Calcular $\hat{p}\left(\frac{17}{38}\right)$ 5 pontos

Identificar o valor de n (1520) 1 ponto

Identificar o valor de z (1,645) 1 ponto

Calcular os extremos do intervalo de confiança ($]43\%; 47\%[$) 6 pontos

6.1. **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Calcular a soma dos dados apresentados para os catorze dias (1264) 4 pontos

Escrever $\frac{1264 + (80 + a)}{15} = 90$ (ou equivalente) 6 pontos

Determinar o valor de a (6) 5 pontos

2.º Processo

Calcular a soma dos dados apresentados para os catorze dias (1264)	4 pontos
Escrever $\frac{1264 + x}{15} = 90$ (ou equivalente)	4 pontos
Resolver a equação (86)	5 pontos
Determinar o valor de a (6)	2 pontos

6.2. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Apresentar as listas introduzidas na calculadora	4 pontos
Indicar os valores do 1.º quartil e da mediana referentes aos dados de 2010 (2 + 2)	4 pontos
Identificar o valor do 1.º quartil referente aos dados de 2011 (80)	2 pontos
Identificar o valor da mediana referente aos dados de 2011 (100)	2 pontos
Comentar a afirmação	8 pontos

[Como a diferença entre a mediana e o 1.º quartil nos dados relativos ao número de elementos da organização presentes, por dia, na edição de 2010 é inferior à diferença registada na edição de 2011, conclui-se que os dados estão mais concentrados em 2010.]

2.º Processo

Determinar os valores do 1.º quartil e da mediana referentes aos dados de 2010 (80; 88) (4+4).....	8 pontos
Identificar o valor do 1.º quartil referente aos dados de 2011 (80)	2 pontos
Identificar o valor da mediana referente aos dados de 2011 (100)	2 pontos
Comentar a afirmação	8 pontos

[Como a diferença entre a mediana e o 1.º quartil nos dados relativos ao número de elementos da organização presentes, por dia, na edição de 2010 é inferior à diferença registada na edição de 2011, conclui-se que os dados estão mais concentrados em 2010.]

7.1. 15 pontos

Identificar $t = 2$	4 pontos
Escrever $r(2) = 14,8 + 0,7 \times e^{0,6 \times 2}$	7 pontos
Obter $r(2)$ (17,1%)	4 pontos

7.2. **20 pontos**

Calcular a percentagem de ouvintes da rádio no final da atuação (38,2%) 2 pontos

Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora 10 pontos

Apresentar o gráfico 4 pontos

Apresentar as coordenadas relevantes

$[(4,5; 25,2)$ e $(5,8; 38,2)]$ 6 pontos

Determinar a hora de início da atuação da banda (00h30) 4 pontos

Determinar a hora de conclusão da atuação da banda (01h48) 4 pontos

COTAÇÕES

Item											TOTAL
Cotação (em pontos)											
1.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.	5.3.	6.1.	6.2.	7.1.	7.2.	
25	20	15	15	15	20	20	15	20	15	20	200