REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 835/2.ª Fase 14 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2016

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Para cada resposta, identifique o item.

Apresente as suas respostas de forma legível.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

Página em branco

Na resposta aos itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos visualizados na sua utilização, mais precisamente, consoante a situação:

- os gráficos obtidos e as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos e mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Teoria matemática das eleições

Conversão de votos em mandatos, utilizando o método de representação proporcional de Hondt

O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por $1, 2, 3, 4, 5$, etc., sendo os quocientes alinhados, pela ordem decrescente da sua grandeza, numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral em causa; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série; no caso de só ficar um mandato por distribuir e de os termos seguintes da série serem iguais e de listas diferentes, o mandato cabe à lista que tiver obtido o menor número de votos.

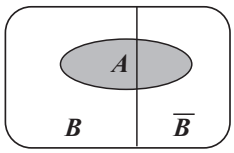
Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

Probabilidades

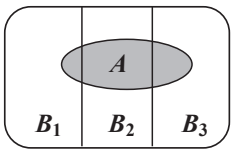
Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) =$$
$$= P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} =$$

$$= \frac{P(B) \times P(A \mid B)}{P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})}$$



$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) =$$
$$= P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + P(B_3) \times P(A \mid B_3)$$

$$P(B_k \mid A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} =$$

$$= \frac{P(B_k) \times P(A \mid B_k)}{P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + P(B_3) \times P(A \mid B_3)}$$

podendo k tomar os valores $1, 2$ ou 3

Distribuição normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$$
$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$$
$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$$

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X, admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$$\left]\overline{x}-z\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x}+z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\overline{x}$ – média amostral

σ – desvio padrão da variável

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável X, admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\overline{x}-z\frac{s}{\sqrt{n}},\ \overline{x}+z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\overline{x}$ – média amostral

s – desvio padrão amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p, admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\hat{p}-z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\ \ \hat{p}+z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\hat{p}$ – proporção amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Página em branco

Na resposta a cada item, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização.

1. No Sport Clube Caravelas (SCC), estão a decorrer eleições para eleger a assembleia-geral, que é constituída por 12 elementos.

Na abertura do processo eleitoral, apresentaram-se à votação quatro listas, W, X, Y e Z. A Tabela 1 apresenta o número de votos validamente expressos em cada uma das listas.

Tabela 1

Lista	**W**	**X**	**Y**	**Z**
N.º de votos	498	100	804	98

Para converter os votos em mandatos, aplicou-se o método a seguir descrito.

1.º passo: Calcula-se o divisor padrão, dividindo-se o número total de votos pelo número de mandatos.

2.º passo: Calcula-se a quota padrão, dividindo-se o número de votos que cada uma das listas teve pelo divisor padrão.

3.º passo: Atribui-se a cada lista uma quota arredondada igual ao resultado da adição de 1 com o maior número inteiro menor do que a quota padrão.

4.º passo: Se a soma das quotas arredondadas for igual ao número de mandatos a atribuir, o método dá-se por finalizado e assume-se que o número de mandatos de cada lista é igual ao valor da quota arredondada. Caso contrário, é necessário encontrar um divisor modificado:

- se a soma das quotas arredondadas for superior ao número de mandatos a atribuir, adiciona-se um múltiplo de 10 ao divisor padrão;
- se a soma das quotas arredondadas for inferior ao número de mandatos a atribuir, subtrai-se um múltiplo de 10 ao divisor padrão.

O divisor modificado irá substituir o divisor padrão, de modo a calcular a quota modificada de cada lista.

5.º passo: Repetem-se os três passos anteriores até se obter uma soma das quotas modificadas arredondadas que seja igual ao número de mandatos a distribuir, atribuindo-se a cada lista um número de mandatos igual à respetiva quota modificada arredondada.

Apresente a constituição da assembleia-geral do SCC resultante da aplicação do método descrito.

Na sua resposta, apresente os valores das quotas padrão e das quotas modificadas, caso seja necessário determiná-los, com arredondamento às centésimas.

2. De dois em dois anos, o SCC participa no Encontro Desportivo Internacional, que, em 2016, se realiza em Pracóvia.

Na cerimónia de abertura do encontro, cada clube participante é representado por um atleta que desfila levando o seu estandarte.

Quatro dos atletas mais antigos do SCC, Eduarda (E), Francisco (F), Gabriela (G) e Henrique (H), são candidatos a porta-estandarte. Para selecionar o candidato que será porta-estandarte, os elementos dos órgãos diretivos do clube votam nos quatro candidatos por ordem de preferência.

Foram apurados 47 votos válidos, cujos resultados estão registados na Tabela 2.

Tabela 2

N.º de votos / Preferência	11	14	7	6	9
1.ª	F	G	E	F	H
2.ª	G	H	H	E	G
3.ª	E	E	F	H	F
4.ª	H	F	G	G	E

A seleção do candidato resulta da aplicação do método a seguir descrito.

- Efetua-se a contagem do número de primeiras preferências de cada candidato e verifica-se se algum deles obtém a maioria absoluta na primeira preferência. Caso isso se verifique, esse candidato é o vencedor.
- Caso contrário, elimina-se o candidato menos votado na primeira preferência e a tabela de preferências é reestruturada, passando a incluir menos um candidato. Os candidatos nas preferências imediatamente a seguir vão ocupar o lugar vazio deixado pelo candidato eliminado.
- Os procedimentos anteriores são aplicados à tabela de preferências obtida no ponto anterior.
- O processo repete-se até que um dos candidatos obtenha a maioria absoluta na primeira preferência.

Verifique, justificando, se o candidato declarado vencedor, por aplicação do método descrito, foi o que teve maior número de votos na primeira preferência.

Na sua resposta, apresente todos os cálculos efetuados.

3. No Encontro Desportivo Internacional, existem atletas que estão inscritos em mais do que uma modalidade. Para que todos consigam realizar um treino de adaptação ao estádio onde se irão realizar as provas, vai ser criado um horário com blocos de utilização das instalações. De cada bloco deverão fazer parte as modalidades nas quais não haja atletas inscritos simultaneamente.

A constituição de cada bloco será definida considerando os dados da Tabela 3, na qual o símbolo × indica as modalidades que podem ser inseridas num mesmo bloco.

Tabela 3

Modalidades	A	B	C	D	E	F	G	H
A			×	×		×		
B							×	
C	×					×		
D	×							×
E								
F	×		×					
G		×						
H				×				

Determine, tendo em conta as condições dadas, o número mínimo de blocos que será necessário constituir, de modo que todos os atletas possam realizar o treino de adaptação em todas as modalidades em que estão inscritos.

Na sua resposta:

– apresente um grafo que modele a situação;

– identifique as modalidades que constituem cada um dos blocos.

4. Sempre que ocorre uma final de qualquer modalidade de ginástica, é necessário selecionar um júri. Esse júri, específico de cada modalidade, é constituído por vários jurados, escolhidos a partir de um universo de candidatos classificados, de acordo com a sua idade, em juniores ou em seniores.

4.1. Para a final de saltos de trampolim, os jurados serão selecionados de entre o universo de candidatos apresentado na Tabela 4, em que a e b representam números naturais.

Tabela 4

	Júnior	**Sénior**
Homem	7	a
Mulher	4	b

Admita que, escolhendo um candidato ao acaso:

- a probabilidade de ser sénior, sabendo que é mulher, é $\frac{1}{5}$;
- a probabilidade de ser homem, sabendo que é sénior, é $\frac{4}{5}$.

Determine o número de candidatos seniores.

4.2. Para a final de ginástica no solo, os jurados serão selecionados, de forma aleatória, de entre o universo de candidatos apresentado na Tabela 5.

Tabela 5

	Júnior	**Sénior**
Homem	10	6
Mulher	4	10

O júri desta modalidade é constituído por seis jurados.

Admita que, de entre os candidatos, foram selecionados quatro juniores e um sénior, faltando selecionar o sexto jurado.

Seja X a variável aleatória: «número de juniores que fazem parte do júri».

Construa uma tabela de distribuição de probabilidades da variável X.

Apresente o valor das probabilidades na forma de fração irredutível.

5. No mercado cambial, a compra e a venda de moeda estrangeira está sujeita ao câmbio no momento em que a transação se efetua.

Em Pracóvia, a moeda oficial é abreviadamente designada por PRC.

De acordo com informação recolhida no mercado, o modelo v, válido para o mês de janeiro de 2015, dá-nos o valor em euros de cada PRC, t dias após as zero horas do dia 1 de janeiro de 2015, e é definido por

$$v(t) = \frac{1{,}85}{1 + 12e^{-0{,}33t}} \text{ , com } 0 \leq t < 31$$

5.1. Às 12 horas do dia 15 de janeiro de 2015, numa agência bancária de Pracóvia, o Francisco quis trocar euros por PRC, de modo a obter 1500 PRC.

Determine, de acordo com o modelo apresentado, a quantia em euros que o Francisco teve de trocar.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

5.2. A Gabriela e o Henrique estiveram em Pracóvia no mês de janeiro de 2015, tendo estado juntos apenas em parte da sua estada. Posteriormente, encontraram-se e conversaram sobre os gastos efetuados. A Gabriela comentou que, durante a sua estada, o câmbio estivera sempre acima de $0{,}75$ euros, e o Henrique lembrava-se de que, durante a sua estada, o câmbio estivera sempre abaixo de $1{,}5$ euros.

Será possível que os dois amigos tenham estado em Pracóvia, simultaneamente, durante dez dias consecutivos?

Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

– o gráfico visualizado;

– as coordenadas de pontos relevantes arredondadas às centésimas.

6. A maratona é a última prova em diversos encontros desportivos.

Existem diversos estudos estatísticos sobre esta prova, que envolvem dados como o tempo de conclusão da prova, a frequência cardíaca dos atletas no final da prova ou as condições climatéricas.

6.1. Na Tabela 6, estão parcialmente registados os dados referentes à frequência cardíaca do atleta vencedor da maratona, no momento em que acaba a prova, nas edições do Encontro Desportivo Internacional dos últimos dez anos.

Sabe-se ainda que:

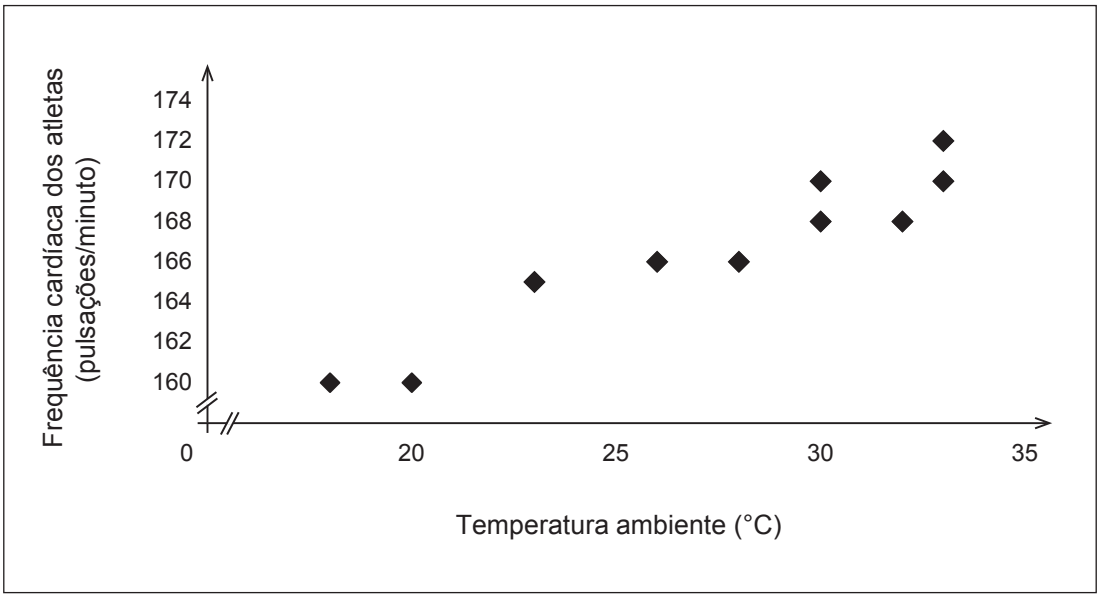
- a média dos valores constantes da Tabela 6 é $166{,}5$;
- P representa as pulsações por minuto do atleta que venceu a maratona na edição de 2012.

Tabela 6

Ano	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Frequência cardíaca (pulsações/minuto)	165	166	166	168	170	170	P	160	160	168

Na Figura 1, está representado o diagrama de dispersão da temperatura ambiente, em graus Celsius (°C), e da frequência cardíaca, em pulsações por minuto, dos atletas referidos na Tabela 6, no final da prova.

Figura 1



6.1.1. Considere as seguintes afirmações.

O atleta vencedor em 2012 terminou a maratona com uma frequência cardíaca entre 169 e 171 pulsações por minuto.

A mediana das frequências cardíacas é 170 pulsações por minuto.

O coeficiente de correlação linear entre a temperatura ambiente e a frequência cardíaca dos atletas pode ser $-0,85$.

Elabore uma pequena composição na qual justifique, com base nos dados apresentados, que as três afirmações são falsas.

6.1.2. A reta de equação $y = 0,71x + 147,1$ é a que melhor se ajusta ao diagrama de dispersão apresentado na Figura 1, em que y representa a frequência cardíaca do atleta vencedor, em pulsações por minuto, e x representa a temperatura ambiente no final da prova, em °C.

Conclua, atendendo à reta ajustada ao diagrama, se $31,7$ °C será um valor admissível da temperatura ambiente registada no final da maratona, no ano de 2006.

6.2. Um entusiasta da maratona publicou no seu blogue um artigo intitulado *«Nos últimos dez anos, o tempo médio de duração da maratona foi 3 horas e 15 minutos»*.

A Eduarda duvidou da afirmação constante deste título. Recolheu, aleatoriamente, 300 tempos obtidos por atletas ao longo dos últimos dez anos e verificou que a média dos tempos era 3 horas e que o desvio padrão amostral era 45 minutos. Por fim, construiu um intervalo de confiança a 99% para o valor médio do tempo de duração da maratona.

Conclua, com base nos seus cálculos, se a Eduarda tinha razão em duvidar da informação dada pelo bloguista.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

7. Numa tarde sem atividades desportivas, os atletas do SCC aproveitaram o tempo para fazer compras em Pracóvia.

A Eduarda comprou vários presentes para a família, tendo pago o valor total de 1200 PRC com o cartão de débito.

Em casa, surpreendeu-se quando recebeu o extrato bancário, pois o valor debitado pela transação era superior ao que esperava, tendo em conta que, no dia das compras, cada PRC custava $0{,}80$ euros.

Telefonou ao seu gerente de conta, que a informou de que, numa transação deste tipo, são cobradas duas taxas:

- uma taxa fixa, no valor de $3{,}52$ euros;
- uma taxa percentual de $0{,}96\%$, aplicada à despesa efetuada em euros.

Determine o valor debitado na conta da Eduarda.

Apresente o valor arredondado às centésimas.

FIM

COTAÇÕES

Item											**TOTAL**
Cotação (em pontos)											
1.	**2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.1.1.**	**6.1.2.**	**6.2.**	**7.**	
20	20	20	20	20	15	20	20	15	15	15	**200**

ESTA FOLHA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 835

2.ª Fase

REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 835/2.ª Fase

Critérios de Classificação 8 Páginas

2016

VERSÃO DE TRABALHO

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada de vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplos: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora», «na sua resposta, deve»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.

VERSÃO DE TRABALHO

Situação	Classificação
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: — nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; — nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

VERSÃO DE TRABALHO

Situação	Classificação
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

VERSÃO DE TRABALHO

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. ..... **20 pontos**

Calcular o número total de votos (1500) ..... 1 ponto

Calcular o divisor padrão (125) ..... 2 pontos

Mostrar que, com o divisor padrão encontrado, o número de mandatos é superior ao solicitado (13) ..... 4 pontos

Indicar um divisor modificado ..... 3 pontos

Calcular as quotas modificadas ..... (1+1+1+1) ..... 4 pontos

Atribuir as quotas modificadas arredondadas ..... (1+1+1+1) ..... 4 pontos

Indicar a distribuição de mandatos ..... 2 pontos

[Lista W (4 mandatos); Lista X (1 mandato); Lista Y (6 mandatos); Lista Z (1 mandato)]

2. ..... **20 pontos**

Calcular o número de votos de cada um dos quatro candidatos na primeira preferência (F-17; G-14; E-7; H-9) ..... 4 pontos

Concluir que F não tem maioria absoluta ..... 1 ponto

Eliminar o candidato E ..... 1 ponto

Calcular o número de votos de cada um dos candidatos, após a eliminação do candidato E (F-17; G-14; H-16) ..... 6 pontos

Concluir que F não tem maioria absoluta ..... 1 ponto

Eliminar o candidato G ..... 1 ponto

Calcular o número de votos de cada um dos candidatos, após a eliminação do candidato G (F-17; H-30) ..... 4 pontos

Concluir que H tem maioria absoluta ..... 1 ponto

Concluir ..... 1 ponto

[O candidato H é vencedor, apesar de o candidato F ter obtido um maior número de votos na primeira preferência.]

VERSÃO DE TRABALHO

3. ..... **20 pontos**

Apresentar um grafo que modele a situação ..... 10 pontos

Associar os vértices às diferentes modalidades ..... 2 pontos

Associar as arestas à possibilidade de treino em simultâneo ..... 8 pontos

Apresentar a composição de cada bloco ..... 8 pontos

Um bloco com a modalidade E ..... 2 pontos

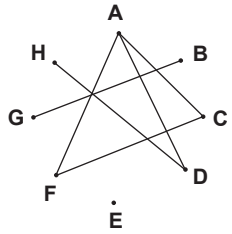
Um bloco com as modalidades B e G ..... 2 pontos

Um bloco com as modalidades D e H ..... 2 pontos

Um bloco com as modalidades A, C e F ..... 2 pontos

Indicar o número mínimo de blocos que é necessário constituir (4) ..... 4 pontos

Exemplo de um grafo que modele a situação:



4.1. ..... **20 pontos**

Escrever $\frac{b}{4+b}=\frac{1}{5}$ (ou equivalente) ..... 5 pontos

Escrever $\frac{a}{a+b}=\frac{4}{5}$ (ou equivalente) ..... 5 pontos

Determinar o valor de b (1) ..... 4 pontos

Determinar o valor de a (4) ..... 4 pontos

Indicar o número de candidatos seniores (5) ..... 2 pontos

4.2. ..... **20 pontos**

Indicar os valores da variável (4, 5) ..... 8 pontos

Calcular as probabilidades para os diferentes valores da variável .... (5 + 5) .... 10 pontos

$\left[P(X=4)=\frac{3}{5}\,;\,P(X=5)=\frac{2}{5}\right]$

Apresentar a tabela solicitada (**nota**) ..... 2 pontos

Nota – Só é atribuída pontuação a esta etapa se as duas etapas anteriores não tiverem sido pontuadas com 0 pontos.

5.1. ..... **15 pontos**

Obter o valor de t (14,5) ..... 4 pontos

Escrever $v(14{,}5)=\frac{1{,}85}{1+12e^{-0{,}33\times 14{,}5}}$ ..... 4 pontos

Obter o valor de $v(14{,}5)$ (1,6814) ..... 4 pontos

Determinar a quantia paga, em euros (2522) ..... 3 pontos

VERSÃO DE TRABALHO

5.2. ..... **20 pontos**

Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora ..... 10 pontos

Apresentar o gráfico ..... 4 pontos

Apresentar as coordenadas relevantes $((6,37;0,75);(11,94;1,5))$.. 6 pontos

Determinar o tempo em que o câmbio esteve compreendido entre $0,75€$ e $1,5€$ 6 pontos

Concluir ..... 4 pontos

[Não é possível que os dois amigos tenham estado simultaneamente em Pracóvia durante 10 dias consecutivos, pois o câmbio esteve entre $0,75€$ e $1,5€$ durante menos de 6 dias.]

6.1.1. ..... **20 pontos**

Tópicos de resposta:

A – Mostrar que o valor de P não está compreendido entre 169 e 171.

B – Mostrar que a mediana nunca poderá ser igual a 170.

C – Justificar que o coeficiente de correlação linear não pode ser negativo.

Níveis	Descritores do nível de desempenho	Pontuação
4	Na resposta, são contemplados A, B e C.	20
3	Na resposta, apenas são contemplados A e B. OU Na resposta, apenas são contemplados A e C.	15
2	Na resposta, apenas é contemplado A. OU Na resposta, apenas são contemplados B e C.	10
1	Na resposta, apenas é contemplado B. OU Na resposta, apenas é contemplado C.	5

Exemplo de resposta:

O valor de P não está compreendido entre 169 e 171, pois, se a média das frequências cardíacas é $166,5$ pulsações por minuto, então

$$\frac{1493 + P}{10} = 166,5 \Leftrightarrow P = 172$$

A mediana nunca poderá ser igual a 170, pois, independentemente do valor de P, ordenando-se os dados, verifica-se que 170 nunca será o resultado da média dos valores centrais.

O diagrama de dispersão sugere uma associação entre as duas variáveis no mesmo sentido, isto é, à medida que a temperatura ambiente aumenta, também a frequência cardíaca dos atletas tende a aumentar; logo, o coeficiente de correlação não pode ser negativo.

VERSÃO DE TRABALHO

6.1.2. ..... **15 pontos**

Substituir, na equação da reta, x por $31{,}7$ ..... 4 pontos

Determinar o valor de y (≈ 170) ..... 5 pontos

Concluir ..... 6 pontos

[Não é previsível que, no ano de 2006, a temperatura ambiente no final da prova tenha sido $31{,}7\ ^{\circ}\text{C}$, porque, nesse ano, o número de pulsações por minuto do atleta vencedor foi 165.]

6.2. ..... **15 pontos**

Identificar os valores de n e de $\overline{x}$ $(300;\ 3)$ ..... 2 pontos

Identificar o valor do desvio padrão amostral $(0{,}75\text{h})$ ..... 2 pontos

Identificar o valor de z $(2{,}576)$ ..... 1 ponto

Calcular os extremos do intervalo de confiança ($]2{,}888\ ;\ 3{,}112[$) ..... 6 pontos

Identificar 3 horas e 15 minutos com $3{,}25\text{h}$ ..... 2 pontos

Concluir ..... 2 pontos

[A Eduarda tinha razão em duvidar da afirmação do bloguista, uma vez que o tempo médio de duração da maratona não se situa no intervalo $]2{,}888\ ;\ 3{,}112[$ com 99% de confiança.]

7. ..... **15 pontos**

Determinar o valor da despesa, em euros (960) ..... 5 pontos

Determinar o valor, em euros, correspondente à taxa percentual $(9{,}216)$ ..... 6 pontos

Determinar o valor, em euros, debitado $(972{,}74)$ ..... 4 pontos

VERSÃO DE TRABALHO

COTAÇÕES

Item											TOTAL
Cotação (em pontos)											
1.	**2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.1.1.**	**6.1.2.**	**6.2.**	**7.**	
20	20	20	20	20	15	20	20	15	15	15	**200**