REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática B

Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2019

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho | Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 8 Páginas

---

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos visualizados na sua utilização, mais precisamente, consoante a situação:

- os gráficos obtidos, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r}{180}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$

Polígono regular: $\textit{Semiperímetro} \times \textit{Apótema}$

Sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r^2}{360}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4 \pi r^2$ (r – raio)

Área lateral de um cilindro reto: $2 \pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Cone: $\frac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ (r – raio)

Cilindro: $\textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

- **Progressão aritmética:** $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$
- **Progressão geométrica:** $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Probabilidades e Estatística

Se X é uma variável aleatória discreta de valores x_i com probabilidade p_i, então:

- **Valor médio** de X:
  $\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$
- **Desvio padrão** de X:
  $\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é uma variável aleatória normal de valor médio μ e desvio padrão σ, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

1. A Ponte da Arrábida é uma ponte em arco sobre o rio Douro, que liga o Porto a Vila Nova de Gaia.

A Figura 1 é uma fotografia dessa ponte.

Figura 1

O arco dessa ponte é parabólico e pode ser modelado por uma função definida por

$$f(x) = -\frac{52}{18\,225}\left(x^2 - 270x\right)$$

Na Figura 2, está representado, em referencial ortogonal e monométrico, Oxy, o arco de parábola correspondente ao da Ponte da Arrábida, que é parte do gráfico da função quadrática definida por $f(x)$.

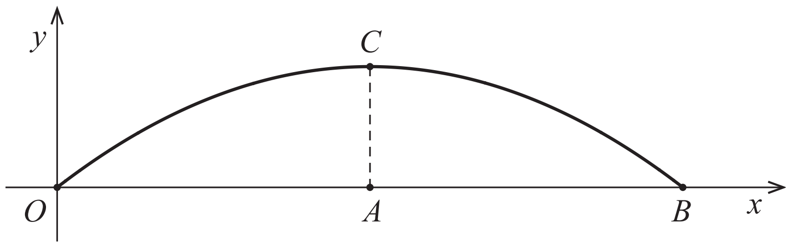

Figura 2

Nesta figura:

- os pontos O e B são os extremos do arco de parábola e pertencem ao eixo Ox;
- o ponto A é o ponto do eixo Ox cuja abcissa é o maximizante da função f;
- o ponto C é o ponto do gráfico de f com a mesma abcissa de A.

No referencial, a unidade é o metro.

O segmento de reta $[OB]$ representa o designado vão da ponte, e o segmento de reta $[AC]$ representa a designada flecha da ponte.

1.1. Determine o comprimento, em metros, do vão da Ponte da Arrábida.

1.2. Determine o comprimento, em metros, da flecha da Ponte da Arrábida.

2. Desde o dia em que um museu abriu as portas ao público, o número diário de visitantes seguiu, durante o primeiro ano de funcionamento, um modelo aproximadamente logístico.

Admita que, durante aquele ano, o número diário de visitantes do museu, N, é dado, aproximadamente, por

$$N(t) = \frac{8000}{1+4e^{-0{,}02t}} \quad , \quad \text{com } 0 \leq t \leq 364$$

sendo t o tempo, em dias, decorrido desde o final do dia da abertura.

2.1. Determine a diferença entre o número de visitantes do museu no último dia daquele ano e o número de visitantes do museu no dia da abertura.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

2.2. Determine durante quantos dias, naquele ano, o número de visitantes do museu foi superior a 4000 e foi inferior a 5000 .

3. Uma padaria tradicional bicentenária, situada numa zona turística, foi transformada num museu da padaria. Entre outros produtos, vende milho e vende trigo, em saquinhos de pano ao estilo de 1850.

Para estas vendas, a padaria dispõe, diariamente, de:

- 80 kg de milho;
- 60 kg de trigo;
- 120 saquinhos de pano.

Cada saquinho é vendido com 1 kg de milho ou com 1 kg de trigo.

Cada saquinho de milho dá o lucro de 1 euro, e cada saquinho de trigo dá o lucro de 2 euros.

3.1. Num certo dia, a padaria vendeu saquinhos de milho e saquinhos de trigo.

Sabe-se que vendeu 20 saquinhos de milho nesse dia.

Verifique se, nas condições referidas, o lucro obtido pela padaria, nesse dia, pode ter sido 80 euros.

3.2. Determine quantos saquinhos de milho e quantos saquinhos de trigo a padaria deve vender, diariamente, para obter o lucro diário máximo nas condições referidas.

Na sua resposta, designe por x o número de saquinhos de milho vendidos diariamente, e designe por y o número de saquinhos de trigo vendidos diariamente, e apresente:

– a função objetivo;

– as restrições do problema;

– uma representação gráfica referente ao sistema de restrições;

– o valor de x e o valor de y correspondentes à solução do problema.

4. Um dos ícones da Holanda é o moinho de vento.

Na cidade de Schiedam, encontram-se os maiores moinhos de vento do mundo, alguns dos quais apresentados na fotografia da Figura 3.

Figura 3

A Figura 4, que não está à escala, ilustra o movimento de rotação das pás de um desses moinhos, em referencial ortogonal e monométrico, Oxy .

De entre outros elementos representados nesta figura, destacam-se:

- a estrutura do moinho, cuja parte inferior tem 18 metros de altura, representada pelo trapézio isósceles sombreado;
- as quatro pás do moinho, cada uma com 15 metros de comprimento, e uma delas representada por $[OP]$;
- a extremidade de uma das pás, representada pelo ponto P ;
- a trajetória do movimento de rotação dessa extremidade, representada pela circunferência de centro O e raio 15 m ;
- o ângulo orientado QOP , sendo Q o ponto da circunferência pertencente ao semieixo positivo das abcissas.

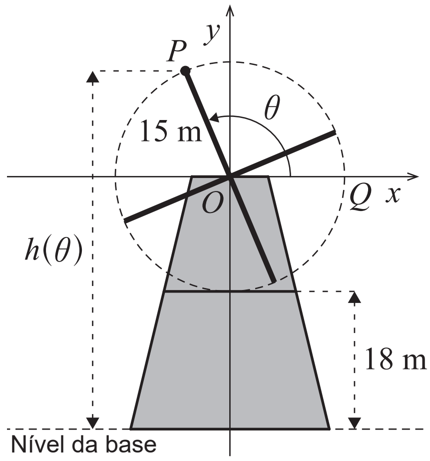

Figura 4

Seja $\theta = Q\hat{O}P$, com $\theta \in [0, 2\pi]$, e seja $h(\theta)$ a altura, em metros, relativamente ao nível da base, da extremidade da pá, representada por P , em função de θ .

4.1. Mostre que $h(\theta) = 33 + 15 \operatorname{sen} \theta$.

4.2. Determine os valores de θ para os quais a altura, relativamente ao nível da base, da extremidade da pá, representada por P , é $40{,}5\text{ m}$.

Apresente os resultados em radianos, arredondados às centésimas.

5. O Templo de Kukulcán, apresentado na fotografia da Figura 5, localiza-se na antiga cidade maia de Chichén Itzá, no México.

Trata-se de um sólido complexo, constituído por nove troncos de pirâmide quadrangular sobrepostos, quatro fachadas, cada uma com uma escadaria central, e um altar sobre o tronco superior.

Figura 5

5.1. A base maior do tronco inferior tem 55 metros de lado e está assente no solo.

Admita que os comprimentos dos lados das bases maiores de cada um dos nove troncos de pirâmide são termos consecutivos de uma progressão aritmética de razão $-5{,}25$.

Determine o comprimento, em metros, do lado da base maior do tronco superior do sólido.

5.2. Cada escadaria é constituída por 91 degraus.

A inclinação da escadaria e a curta largura dos degraus tornam a subida uma tarefa difícil. Com o cansaço acumulado, o ritmo da subida vai sendo cada vez mais lento e o tempo de permanência em cada degrau vai aumentando.

Admita que, na subida de uma das escadarias:

- um turista ficou $0{,}5$ segundos no 1.º degrau;
- a partir daí, o quociente entre o tempo em que esse turista ficou num degrau e o tempo em que ficou no degrau anterior é $1{,}05$.

Determine quanto tempo o turista demorou a subir toda a escadaria.

Apresente o resultado em minutos, arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

5.3. Na tabela seguinte, relaciona-se o índice de massa corporal, x , com o tempo, y , em minutos, que cada elemento de um grupo de turistas demorou a subir uma das escadarias centrais do Templo de Kukulcán.

x	17,0	18,3	19,4	20,1	20,3	23,6	23,7	25,1	25,2	26,2
y	1,5	2,5	8,5	2,3	5,1	10,0	9,5	16,1	15,1	17,0

Verifica-se a existência de uma correlação linear forte entre as duas variáveis.

Considere um modelo de regressão linear obtido a partir dos dados apresentados na tabela.

Estime, com base nesse modelo, o tempo que um turista desse grupo com índice de massa corporal $23{,}1$ demoraria a subir aquela escadaria.

Na sua resposta, apresente:

– os valores dos parâmetros da equação da reta de regressão linear de y sobre x , arredondados às milésimas;

– o valor pedido, em minutos, arredondado às décimas.

6. A Pirâmide de Quéops, no Egito, é a mais antiga das Sete Maravilhas do Mundo Antigo. Com o tempo, o monumento perdeu parte da sua cúspide, sendo agora, aproximadamente, um tronco de pirâmide quadrangular, como se observa na fotografia da Figura 6.

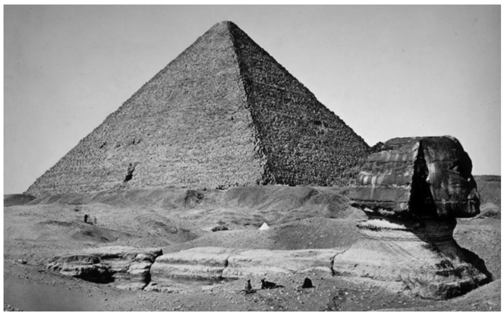

Figura 6

6.1. Quando foi construída, a pirâmide tinha $146{,}5 \text{ m}$ de altura. Atualmente, o monumento tem $138{,}8 \text{ m}$ de altura e mantém a base com $230{,}4 \text{ m}$ de lado.

A Figura 7 é um esquema de um corte perpendicular à base, que passa no seu centro e nos pontos médios de duas arestas opostas dessa base.

Nesta figura:

- o ponto B representa o centro da base do monumento;
- $[AC]$ representa a intersecção do plano de corte com a base;
- o ponto G representa o vértice da pirâmide quando esta foi construída, e $[BG]$ representa a altura da pirâmide nessa época;
- o ponto E representa o centro da face superior do tronco de pirâmide;
- $[DF]$ representa a intersecção do plano de corte com a face superior do tronco de pirâmide;
- $[BE]$ representa a altura atual do monumento.

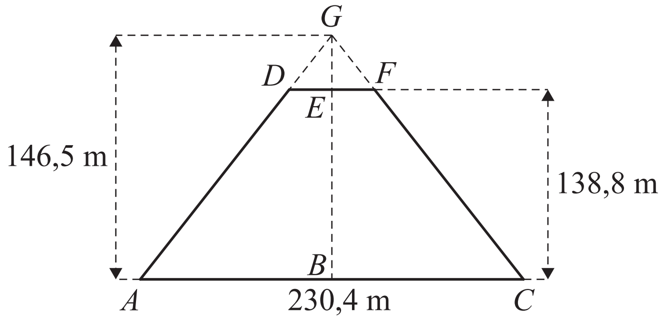

Figura 7

Sabe-se que: $\overline{AC} = 230{,}4 \text{ m}$, $\overline{BG} = 146{,}5 \text{ m}$ e $\overline{BE} = 138{,}8 \text{ m}$.

Determine o volume atual do monumento.

Apresente o resultado em metros cúbicos, arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, pelo menos, três casas decimais.

6.2. Na Figura 7, fixou-se um referencial ortogonal e monométrico, de origem no ponto B, tal que o ponto C pertence ao semieixo positivo das abcissas. A Figura 8 representa a situação.

A unidade no referencial é o metro.

Determine as coordenadas do ponto simétrico do ponto C, relativamente ao eixo das ordenadas.

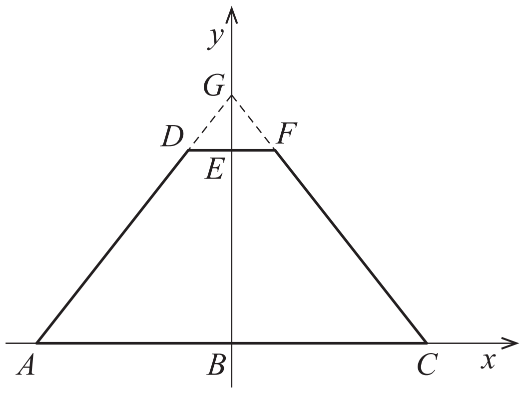

Figura 8

6.3. Admita que, durante o período da construção da Pirâmide de Quéops, a quantidade de pedra instalada por dia, em toneladas, segue uma distribuição normal de valor médio 800 e desvio padrão 12.

Determine a probabilidade de, num dia da construção, escolhido ao acaso, se terem instalado menos de 776 toneladas de pedra.

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, pelo menos, cinco casas decimais.

FIM

COTAÇÕES

Item Cotação (em pontos)														TOTAL
1.1.	**1.2.**	**2.1.**	**2.2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.**	**5.3.**	**6.1.**	**6.2.**	**6.3.**	
10	10	15	20	10	20	15	15	10	15	15	20	10	15	**200**

Exame Final Nacional de Matemática B

Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2019

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho | Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Critérios de Classificação 8 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. .... **10 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo
Reproduzir o gráfico visualizado na calculadora que permite resolver o problema (**ver nota**) .... 5 pontos

Assinalar o ponto B .... 2 pontos

Obter a abcissa desse ponto, que é um zero de f (270) .... 2 pontos

Apresentar o valor pedido $(270\ \mathrm{m})$ .... 1 ponto

Nota – Se não for apresentado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

2.º Processo

Escrever $f(x)=0$ (ou equivalente) .... 4 pontos

Resolver a equação .... 5 pontos

Apresentar o valor pedido (270 m) .... 1 ponto

1.2. .... **10 pontos**

Reproduzir o gráfico visualizado na calculadora que permite resolver o problema (**ver nota**) .... 5 pontos

Assinalar o ponto C .... 2 pontos

Obter a ordenada desse ponto, valor máximo de f (52) .... 2 pontos

Apresentar o valor pedido (52 m) .... 1 ponto

Nota – Se não for apresentado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto. Se o gráfico não for apresentado, por já ter sido apresentado na resolução do item anterior, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

2.1. .... **15 pontos**

Identificar o dia da abertura com $t=0$ .... 2 pontos

Obter $N(0)$ .... 4 pontos

Identificar o último dia do ano com $t=364$ .... 2 pontos

Obter $N(364)$ .... 4 pontos

Obter o valor pedido (6378) .... 3 pontos

2.2. .... **20 pontos**

Representar graficamente a função N .... 5 pontos

- Respeitar o domínio .... 2 pontos
- Respeitar a forma .... 3 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y=4000$ .... 3 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y=5000$ .... 3 pontos

Assinalar os pontos de intersecção das retas com o gráfico da função N .... 2 pontos

Obter as abcissas desses pontos $(69{,}31\ldots$ e $94{,}85\ldots)$ .... 4 pontos

Obter o valor pedido $(25$ dias$)$ (**ver nota**) .... 3 pontos

Nota – Se o valor apresentado for 26, ou se for 27, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

3.1. .... **10 pontos**

Reconhecer que 20 saquinhos de milho correpondem a 20 euros de lucro ... 1 ponto

Reconhecer que é necessário um lucro de 60 euros com a venda de trigo ...... 1 ponto

Determinar o número de saquinhos de trigo necessários para obter o lucro de 80 euros (30) .... 4 pontos

Justificar que é possível .... 4 pontos

3.2. .... **20 pontos**

Identificar a função objetivo $\left(L(x,\, y) = x + 2y\right)$ .... 1 ponto

Identificar as restrições
$\left(x \leq 80\right.$, $y \leq 60$, $x + y \leq 120$, $x \geq 0$ e $\left.y \geq 0\right)$ .... (5×1) .... 5 pontos

Representar graficamente a região admissível .... 4 pontos

- Representar graficamente as retas de equações $x = 80$ e $y = 60$ .... 1 ponto
- Representar graficamente a reta de equação $x + y = 120$ .... 1 ponto
- Assinalar o polígono .... 2 pontos

Obter as coordenadas dos vértices do polígono, exceto a origem
$\left((80,\, 0)\right.$, $(80,\, 40)$, $(60,\, 60)$ e $\left.(0,\, 60)\right)$ .... (4×1) .... 4 pontos

Calcular o lucro correspondente a cada um dos vértices do polígono ou implementar o método da paralela à reta de nível zero (**ver nota**) ... (4×1) ... 4 pontos

Apresentar os valores pedidos
$(60$ saquinhos de milho e 60 saquinhos de trigo$)$ .... 2 pontos

Nota – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

Caso não sejam calculados os lucros correspondentes aos vértices de coordenadas $(80,\, 0)$ e $(0,\, 60)$, mas sejam calculados os lucros correspondentes aos vértices de coordenadas $(80,\, 40)$ e $(60,\, 60)$, respetivamente, a pontuação a atribuir a esta etapa não deve ser desvalorizada.

4.1. .... **15 pontos**

Obter a ordenada de P , em função de θ $(15 \operatorname{sen} \theta)$...................................... 7 pontos

Obter $h(\theta) = 18 + 15 + 15 \operatorname{sen} \theta$ ou $h(\theta) = 15 \operatorname{sen} \theta - (-33)$ .... 7 pontos

Obter $h(\theta) = 33 + 15 \operatorname{sen} \theta$ .... 1 ponto

4.2. .... **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função h (**ver nota**) .... 4 pontos

Respeitar o domínio .... 2 pontos

Respeitar a forma .... 2 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y = 40{,}5$ .... 3 pontos

Assinalar os pontos de intersecção dos gráficos .... 2 pontos

Obter as abcissas desses pontos $(0{,}523\ldots$ e $2{,}617\ldots)$ .... 4 pontos

Apresentar os valores pedidos $(0{,}52$ e $2{,}62)$ .... 2 pontos

Nota – Se não for apresentado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

2.º Processo

Escrever $h(\theta) = 40{,}5$ .... 3 pontos

Obter $\operatorname{sen}\theta = 0{,}5$ .... 3 pontos

Obter $\theta = \frac{\pi}{6} \vee \theta = \frac{5\pi}{6}$ .... 6 pontos

Obter os valores pedidos $(0{,}52$ e $2{,}62)$ .... 3 pontos

5.1. .... **10 pontos**

Identificar o primeiro termo da progressão aritmética (55) .... 2 pontos

Escrever uma expressão para o comprimento do lado da base maior do tronco superior do sólido $(55 - 8 \times 5{,}25$ ou equivalente$)$ .... 6 pontos

Apresentar o valor pedido $(13\ \text{m})$ .... 2 pontos

5.2. .... **15 pontos**

Reconhecer que se trata de termos consecutivos de uma progressão geométrica .. 2 pontos

Identificar o primeiro termo $(0{,}5)$ .... 1 ponto

Identificar a razão $(1{,}05)$ .... 1 ponto

Apresentar uma expressão da soma dos 91 termos da sequência $\left(0{,}5 \times \frac{1 - 1{,}05^{91}}{1 - 1{,}05}\right.$ ou equivalente$\left.\right)$ .... 4 pontos

Calcular o valor dessa expressão $(837{,}668\ldots)$ .... 4 pontos

Converter segundos em minutos .... 2 pontos

Apresentar o valor pedido $(14$ minutos$)$ .... 1 ponto

5.3. .... **15 pontos**

Identificar as listas introduzidas na calculadora .... 1 ponto

Apresentar o valor do declive e o valor da ordenada na origem da reta de regressão linear $(1{,}683$ e $-28{,}088$, respetivamente$)$ .... 7 pontos

Obter a estimativa .... 5 pontos

Apresentar o valor pedido $(10{,}8$ minutos$)$ .... 2 pontos

6.1. .... **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Calcular $\overline{EG}$ .... 2 pontos

Calcular $\overline{DF}$ .... 6 pontos

Calcular o volume da cúspide .... 5 pontos

Calcular o volume da pirâmide quando foi construída .... 5 pontos

Calcular o volume atual do monumento .... 2 pontos

2.º Processo

Calcular $\overline{EG}$ .... 2 pontos

Calcular uma razão de semelhança entre as alturas representadas por $[GB]$ e $[EG]$ .... 3 pontos

Calcular o cubo dessa razão de semelhança .... 3 pontos

Calcular o volume da pirâmide quando foi construída .... 5 pontos

Calcular o volume da cúspide .... 5 pontos

Calcular o volume atual do monumento .... 2 pontos

6.2. .... **10 pontos**

Níveis	Descritores de desempenho	Pontuação
3	Apresentar as coordenadas pedidas $((-115{,}2\ ;\ 0))$.	10
2	Indicar que o ponto simétrico de C relativamente ao eixo das ordenadas é o ponto A . OU Identificar incorretamente as coordenadas do ponto C , mas identificar, de acordo com o erro, as coordenadas do respetivo ponto simétrico relativamente a Oy .	5
1	Apresentar as coordenadas do ponto C .	4

6.3. .... **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Identificar 776 com $\mu - 2\sigma$ .... 3 pontos

Calcular $P(X < 776)$ (sendo X a variável aleatória «quantidade de pedra instalada por dia, em toneladas») .... 10 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

Processo A

Calcular $P(776 < X < 800)$ $(0{,}47725)$ .... 5 pontos

Calcular $0{,}5 - 0{,}47725$ $(0{,}02275)$ .... 5 pontos

Processo B

Calcular $1 - P(776 < X < 824)$ $(0{,}0455)$ .... 5 pontos

Calcular $\frac{0{,}0455}{2}$ $(0{,}02275)$ .... 5 pontos

Obter o valor pedido $(2{,}3\%)$ .... 2 pontos

2.º Processo

Determinar, com o auxílio da calculadora, um valor aproximado de $P(X < 776)$ $(0{,}02275...)$ .... 13 pontos

Obter o valor pedido $(2{,}3\%)$ .... 2 pontos

COTAÇÕES

Item														TOTAL
Cotação (em pontos)														
1.1.	**1.2.**	**2.1.**	**2.2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.**	**5.3.**	**6.1.**	**6.2.**	**6.3.**	
10	10	15	20	10	20	15	15	10	15	15	20	10	15	**200**