REPÚBLICA PORTUGUESA

EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática B

Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2020

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 8 Páginas

A prova inclui 2 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final (itens **8.1.** e **8.2.**). Dos restantes 12 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 9 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos visualizados na sua utilização, mais precisamente, consoante a situação:

- os gráficos obtidos, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r}{180}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$

Polígono regular: *Semiperímetro* $\times$ *Apótema*

Sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r^2}{360}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4 \pi r^2$ (r – raio)

Área lateral de um cilindro reto: $2 \pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Cone: $\frac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ (r – raio)

Cilindro: *Área da base* $\times$ *Altura*

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

- **Progressão aritmética:** $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$
- **Progressão geométrica:** $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Probabilidades e Estatística

Se X é uma variável aleatória discreta de valores x_i com probabilidade p_i, então:

- **Valor médio** de X:
  $\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$
- **Desvio padrão** de X:
  $\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é uma variável aleatória normal de valor médio μ e desvio padrão σ, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

1. Uma empresa vai enviar trigo e centeio a um cliente, num barco que tem a possibilidade de transportar até 27 toneladas de cereal.

O cliente pretende que, relativamente ao cereal a receber, o número de toneladas de trigo não seja superior ao dobro do número de toneladas de centeio e que o número de toneladas de centeio não seja superior ao dobro do número de toneladas de trigo.

A empresa obtém 1000 euros de lucro por cada tonelada de trigo que enviar e 2000 euros de lucro por cada tonelada de centeio que enviar.

Determine o número de toneladas de trigo e o número de toneladas de centeio que a empresa deve enviar ao cliente, de modo a obter o lucro máximo, nas condições referidas.

Na sua resposta, designe por x o número de toneladas de trigo e designe por y o número de toneladas de centeio, a enviar ao cliente, e apresente:

- a função objetivo;
- as restrições do problema;
- uma representação gráfica referente ao sistema de restrições;
- o valor de x e o valor de y correspondentes à solução do problema.

2. No último mês de agosto, o João passou férias no Algarve e a Maria passou férias na Costa Vicentina.

2.1. Durante essas férias, aproveitaram as idas à praia para, todos os dias de agosto, cada um fazer a sua caminhada no areal.

Ambos tinham uma aplicação no telemóvel que contabilizava o número de passos dados em cada caminhada.

Na sua primeira caminhada, no dia 1 de agosto, o João deu 3168 passos e, em cada uma das caminhadas seguintes, deu mais 710 passos do que na caminhada anterior.

Também no dia 1 de agosto, a Maria deu 4358 passos na sua primeira caminhada, e, em cada uma das caminhadas seguintes, deu mais 625 passos do que na caminhada anterior.

Determine o dia do mês de agosto em que o João e a Maria deram exatamente o mesmo número de passos nas respetivas caminhadas.

2.2. Num dos dias, a Maria decidiu fazer uma construção, tendo à sua disposição 271 conchas que tinha apanhado à beira-mar.

Foi colocando as conchas na areia, dispondo-as em filas: uma concha na primeira fila, duas conchas na segunda fila, quatro conchas na terceira fila, e assim sucessivamente, duplicando sempre, em cada fila, o número de conchas da fila anterior, até não ter conchas suficientes para fazer uma nova fila completa, de acordo com esta regra.

Quantas conchas sobraram à Maria, depois de terminar a construção? Justifique a sua resposta.

3. Admita que o desenvolvimento de uma certa população de peixes, a partir do instante em que se iniciaram as observações, é bem modelado pela função P, definida por

$$P(t) = \frac{20}{1+19e^{-0,5t}} \quad , \quad \text{com } t \geq 0$$

Neste modelo, $P(t)$ é o tamanho da população, em toneladas, t anos após o instante inicial.

Considere que o modelo se mantém válido por tempo indeterminado.

3.1. Determine, de acordo com o modelo apresentado, quantos anos decorreram, desde o instante inicial, até ao instante em que o tamanho da população de peixes atingiu 15 toneladas.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

3.2. Determine, de acordo com o modelo apresentado, o instante em que o tamanho da população de peixes estava a crescer mais rapidamente.

Na sua resposta, comece por representar graficamente a função que dá a taxa de variação instantânea da função P para cada valor de t.

Apresente o tempo em anos e meses, com o número de meses arredondado às unidades.

3.3. Com o decorrer do tempo, e de acordo com o modelo apresentado, o tamanho da população de peixes poderia exceder as 20 toneladas?

Justifique a sua resposta.

4. Numa das variantes do Remo, cada barco tem um único remador que utiliza dois remos iguais.

A Figura 1 é uma fotografia de um praticante dessa variante do Remo.

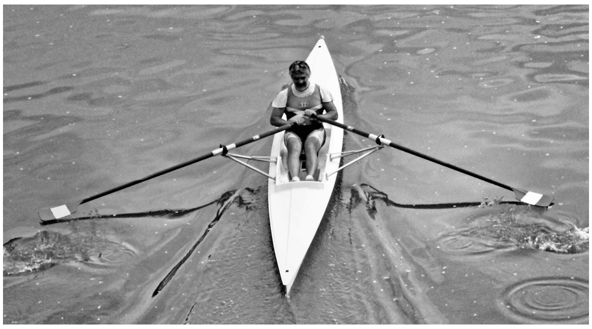

Figura 1

Admita que, em cada instante de um determinado percurso, as posições dos remos são simétricas em relação ao plano longitudinal vertical do barco.

4.1. Na Figura 2, está representado um esquema relativo à posição dos remos num determinado instante.

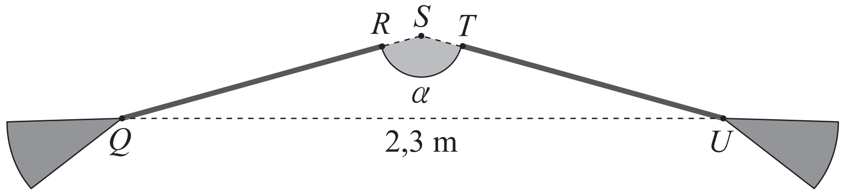

Figura 2

Neste esquema:

- $[QR]$ e $[TU]$ representam os cabos dos remos;
- o ponto S é a intersecção das retas QR e TU ;
- o triângulo $[QSU]$ é isósceles;
- $\overline{RS} = \overline{ST} = 0{,}10 \text{ m}$;
- $\overline{QU} = 2{,}3 \text{ m}$;
- α é a amplitude, em graus, do ângulo obtuso QSU , com $\operatorname{sen} \alpha = 0{,}5$.

Determine o comprimento do cabo de um remo.

Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

4.2. Considere um ponto A situado na extremidade de um dos remos, como se ilustra na Figura 3.

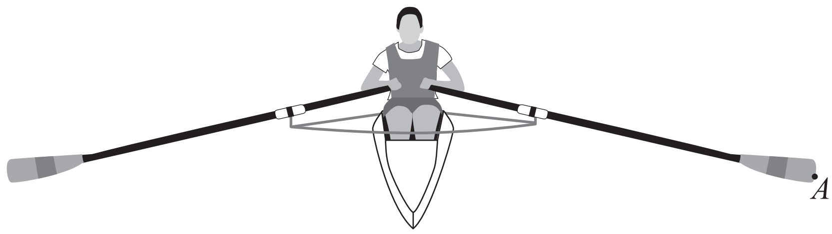

Figura 3

Seja h a função que dá a cota, em centímetros, do ponto A , relativamente à superfície da água, durante aquele percurso, t segundos após o seu início.

Admita que a função h é definida por

$$h(t) = 5 + 20\cos(0{,}625\pi t) \quad , \quad \text{com} \quad 0 \leq t \leq 400$$

O argumento da função cosseno está em radianos.

Determine, de acordo com o modelo apresentado, a diferença entre a cota máxima e a cota mínima do ponto A , relativamente à superfície da água, durante o percurso.

Apresente o resultado em centímetros.

5. Admita que a pressão da água do mar, em atm (atmosferas), varia com a profundidade, x, em metros, de acordo com a função definida por

$$p(x) = 0{,}1\,x + 1 \;, \quad \text{com } x \geq 0$$

5.1. Determine a pressão da água do mar à superfície.

5.2. Indique o valor do declive da reta que contém o gráfico da função p e interprete-o no contexto da situação descrita.

6. Na Figura 4, apresenta-se o polígono de frequências acumuladas referentes ao total de pescado, em toneladas, por mês, de janeiro a dezembro de 2018, em Portugal.

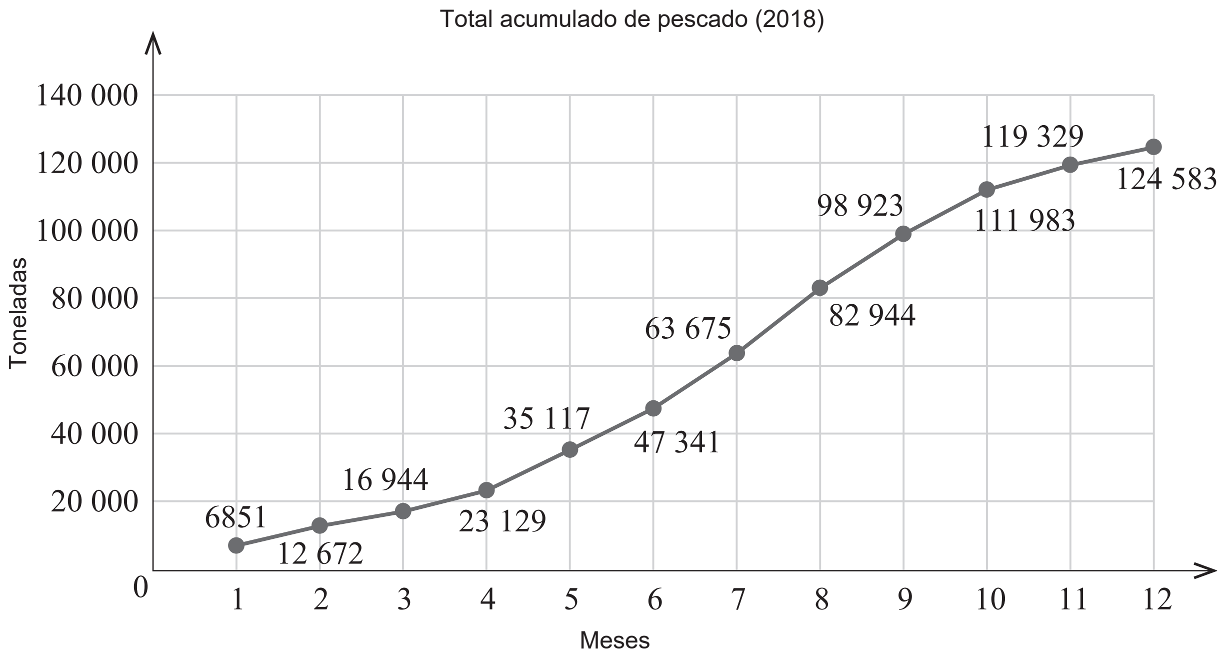

Figura 4

Em abril de 2018, a quantidade, em toneladas, de molusco capturado em Portugal foi cerca de $10{,}8\%$ da quantidade total de pescado **nesse mês**.

Determine a quantidade de molusco capturado, em Portugal, em abril de 2018.

Apresente o resultado em toneladas, arredondado às unidades.

7. Para cada espécie de pescado, está legalmente fixado o comprimento mínimo de captura, que é $15\ \mathrm{cm}$ para o sargo. Se um sargo capturado tiver comprimento inferior a $15\ \mathrm{cm}$, é devolvido ao mar.

Admita que, numa pescaria, o comprimento dos sargos capturados, em centímetros, segue uma distribuição normal de valor médio $22\ \mathrm{cm}$ e desvio padrão $3{,}5\ \mathrm{cm}$.

Um pescador escolhe, ao acaso, um sargo dessa pescaria.

Determine a probabilidade do sargo escolhido ser devolvido ao mar.

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, utilize, pelo menos, quatro casas decimais.

8. No museu de Faro, encontra-se exposto o mosaico do deus Oceano, uma obra romana cuja fotografia se apresenta na Figura 5.

Figura 5

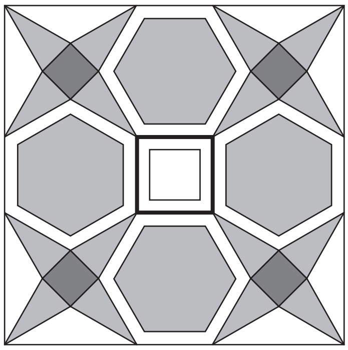

Figura 6

O esquema apresentado na Figura 6 foi construído com base nesse mosaico.

Neste esquema, estão representados, entre outros elementos:

- dois quadrados centrais não sombreados, em que o maior tem $3\ \mathrm{cm}$ de lado;
- quatro quadrados sombreados, geometricamente iguais;
- hexágonos regulares sombreados, geometricamente iguais, contidos em hexágonos regulares também geometricamente iguais;
- triângulos isósceles sombreados, geometricamente iguais.

8.1. Determine a área de um dos quatro quadrados sombreados.

Apresente o resultado em cm^2, arredondado às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

8.2. Na Figura 7, estão representados, em referencial ortogonal e monométrico, Oxy, um dos quadrados do mosaico, $[ABCD]$, e a reta AM.

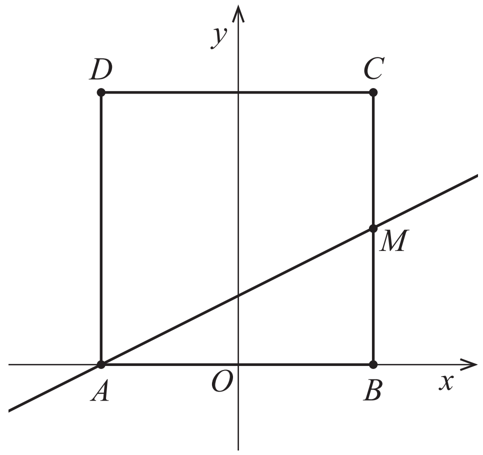

Figura 7

Sabe-se que:

- $[AB]$ está contido no eixo Ox ;
- O e M são os pontos médios dos lados do quadrado a que pertencem;
- $\overline{AB} = 3\text{ cm}$.

A unidade do referencial é o centímetro.

Determine a equação reduzida da reta AM .

FIM

COTAÇÕES

<table>
<tr><td>As pontuações obtidas nas respostas a estes 2 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.</td><td colspan="6">8.1.</td><td colspan="6">8.2.</td><td>Subtotal</td></tr>
<tr><td>Cotação (em pontos)</td><td colspan="6">20</td><td colspan="6">18</td><td>38</td></tr>
<tr><td>Destes 12 itens contribuem para a classificação final da prova os 9 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.</td><td>1.</td><td>2.1.</td><td>2.2.</td><td>3.1.</td><td>3.2.</td><td>3.3.</td><td>4.1.</td><td>4.2.</td><td>5.1.</td><td>5.2.</td><td>6.</td><td>7.</td><td>Subtotal</td></tr>
<tr><td>Cotação (em pontos)</td><td colspan="12">9 x 18 pontos</td><td>162</td></tr>
<tr><td colspan="13">TOTAL</td><td>200</td></tr>
</table>

Exame Final Nacional de Matemática B

Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2020

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Critérios de Classificação 9 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. .... **18 pontos**

Identificar a função objetivo $\left(L(x, y) = 1000x + 2000y\right)$ .... 1 ponto

Identificar as restrições
$\left(x \leq 2y\ ,\ y \leq 2x\ ,\ x + y \leq 27\ ,\ x \geq 0\ \text{e}\ y \geq 0\right)$ .... (5×1) .... 5 pontos

Representar graficamente a região admissível .... 6 pontos

Representar graficamente as retas de equações $x = 2y$, $y = 2x$ e $x + y = 27$ .... (3×1) .... 3 pontos

Assinalar o polígono .... 3 pontos

Obter as coordenadas dos vértices do polígono, exceto a origem
$\left((9, 18)\ \text{e}\ (18, 9)\right)$ .... (2×1) .... 2 pontos

Calcular o lucro correspondente a cada um dos vértices do polígono, exceto a origem (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver nota**) .. (2×1) ... 2 pontos

Apresentar os valores pedidos
$(9$ toneladas de trigo e 18 toneladas de centeio$)$ .... 2 pontos

Nota – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

2.1. .... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Reconhecer que os números de passos das caminhadas do João e da Maria são termos consecutivos de uma progressão aritmética .... 3 pontos

Identificar o primeiro termo de cada progressão $(3168 \text{ e } 4358)$ .... 2 pontos

Identificar a razão de cada progressão $(710 \text{ e } 625)$ .... 2 pontos

Obter o termo geral de cada progressão $(710n + 2458$ e $625n + 3733$, ou equivalente$)$ .... 4 pontos

Equacionar o problema .... 4 pontos

Obter o dia pedido (15 de agosto) .... 3 pontos

2.º Processo

Reconhecer que os números de passos das caminhadas do João e da Maria são termos consecutivos de uma progressão aritmética .... 3 pontos

Identificar o primeiro termo de cada progressão $(3168 \text{ e } 4358)$ .... 2 pontos

Identificar a razão de cada progressão $(710 \text{ e } 625)$ .... 2 pontos

Definir, por recorrência, cada progressão .... 4 pontos

Apresentar a linha relativa a $n = 15$ da tabela obtida com a calculadora .... 5 pontos

Referir que as progressões são crescentes, ou equivalente (**ver nota**) .... 1 ponto

Apresentar o dia pedido (15 de agosto) .... 1 ponto

Nota – Em alternativa, podem ser apresentadas todas as linhas da tabela relativas a $1 \leq n \leq 15$.

3.º Processo

Calcular $4358 - 3168$ (1190) .... 6 pontos

Calcular $710 - 625$ (85) .... 6 pontos

Calcular $1190 \div 85$ (14) .... 5 pontos

Apresentar o dia pedido (15 de agosto) .... 1 ponto

2.2. .... **18 pontos**

Reconhecer que os números de conchas das filas são termos consecutivos de uma progressão geométrica cujo primeiro termo é 1 .... 2 pontos

Identificar a razão dessa progressão (2) .... 2 pontos

Escrever $S_n = 1 \times \frac{1-2^n}{1-2}$ (**ver nota 1**) .... 5 pontos

Verificar que $S_8 < 271 < S_9$ (**ver nota 2**) .... 4 pontos

Obter o valor pedido (16) .... 5 pontos

Notas:

1. Em alternativa, pode ser apresentada apenas a soma $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 = 255$ (ou equivalente).

2. Em alternativa, pode ser apresentada apenas a soma $255 + 256 = 511$ (ou equivalente).

3.1. .... **18 pontos**

Equacionar o problema $(P(t)=15)$ .... 5 pontos

Resolver a equação anterior .... 12 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função P (**ver nota**) .... 6 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y=15$ (**ver nota**) ... 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos .... 2 pontos

Obter a abcissa desse ponto $(8{,}0861...)$ .... 2 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estes passos é desvalorizada em 1 ponto.

2.º Processo

Isolar $e^{-0{,}5t}$ .... 4 pontos

Isolar $-0{,}5t$ .... 6 pontos

Obter o valor de t .... 2 pontos

Apresentar o valor pedido $(8$ anos$)$ .... 1 ponto

3.2. .... **18 pontos**

Representar graficamente a função que dá a taxa de variação instantânea da função P para cada valor de t (**ver nota**) .... 6 pontos

Assinalar o ponto cuja ordenada é o valor máximo dessa função .... 7 pontos

Obter a abcissa desse ponto $(5{,}888...)$ .... 2 pontos

Obter o valor pedido $(5$ anos e 11 meses$)$ .... 3 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

3.3. .... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Referir que P é uma função logística (ou uma função estritamente crescente) .. 8 pontos

Referir que a reta de equação $y=20$ é assíntota horizontal do gráfico da função P .... 8 pontos

Concluir que o tamanho da população de peixes não poderia ultrapassar as 20 toneladas .... 2 pontos

2.º Processo

Escrever a inequação $P(t) > 20$ (**ver nota**) .... 5 pontos

Isolar $e^{-0,5t}$ (**ver nota**) .... 4 pontos

Referir que a inequação é impossível (**ver nota**) .... 7 pontos

Concluir que o tamanho da população de peixes não poderia ultrapassar as 20 toneladas .... 2 pontos

Nota – Se for apenas verificado que a equação $P(t) = 20$ é impossível e referida a monotonia da função, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas não é desvalorizada. Se for apenas verificado que a equação $P(t) = 20$ é impossível, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é, no máximo, 10 pontos.

4.1. .... **18 pontos**

Obter o valor de α (150^{o}) (**ver nota**) .... 4 pontos

Obter $\frac{1}{2}\overline{QU}$ $(1,15)$ .... 1 ponto

Obter $\frac{\alpha}{2}$ (75^{o}) .... 2 pontos

Escrever uma razão trigonométrica que permita obter $\overline{QS}$ $\left(\operatorname{sen}(75^{\text{o}}) = \frac{1,15}{\overline{QS}} \text{ ou } \cos(15^{\text{o}}) = \frac{1,15}{\overline{QS}}\right)$ .... 4 pontos

Obter $\overline{QS}$ .... 4 pontos

Obter o valor pedido $(1,1\text{ m})$ .... 3 pontos

Nota – Se for considerado que $\alpha = 30^{\text{o}}$, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 2 pontos.

4.2. .... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função h (**ver nota**) .... 6 pontos

Considerar um intervalo contido no domínio relevante para a resolução do problema .... 3 pontos

Respeitar a forma do gráfico .... 3 pontos

Assinalar um ponto do gráfico cuja ordenada seja o valor máximo absoluto da função h .... 2 pontos

Obter esse valor máximo (25) .... 2 pontos

Assinalar um ponto do gráfico cuja ordenada seja o valor mínimo absoluto da função h .... 2 pontos

Obter esse valor mínimo (-15) .... 2 pontos

Obter o valor pedido (40 cm) .... 4 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

2.º Processo

Referir que o argumento da função cosseno toma valores de um intervalo com amplitude superior a 2π .... 1 ponto

Escrever $-1 \leq \cos(0{,}625\pi t) \leq 1$ .... 6 pontos

Escrever $-20 \leq 20\cos(0{,}625\pi t) \leq 20$ .... 3 pontos

Escrever $5-20 \leq 5+\cos(0{,}625\pi t) \leq 5+20$ .... 2 pontos

Escrever $-15 \leq 5+20\cos(0{,}625\pi t) \leq 25$ .... 2 pontos

Obter o valor pedido (40 cm) .... 4 pontos

5.1. .... **18 pontos**

Identificar a profundidade à superfície com $x = 0$ .... 11 pontos

Obter o valor pedido (1 atm) .... 7 pontos

5.2. .... **18 pontos**

Indicar o declive $(0{,}1)$ .... 6 pontos

Interpretar o valor do declive no contexto da situação descrita (**ver nota**) .... 12 pontos

- Interpretar o sinal do declive .... 6 pontos
- Interpretar o valor absoluto do declive .... 6 pontos

Nota – Pode ser referido, por exemplo, que a pressão aumenta $0{,}1$ atmosferas por metro.

6. .... **18 pontos**

Identificar o mês de abril de 2018 com $x = 4$ .... 3 pontos

Calcular o total de pescado nesse mês $(6185$ toneladas$)$ .... 9 pontos

Obter o valor pedido $(668$ toneladas$)$ .... 6 pontos

7. .... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Identificar 15 com $\mu - 2\sigma$ .... 5 pontos

Reconhecer que $P(15 \leq X \leq 29) \approx 0{,}9545$ (sendo X a variável aleatória «comprimento de um sargo capturado, em centímetros») .... 4 pontos

Calcular $P(X < 15)$ $(0{,}02275)$ .... 7 pontos

Apresentar o valor pedido (2%) .... 2 pontos

2.º Processo

Determinar, com o auxílio da calculadora, um valor aproximado de $P(X < 15)$ (sendo X a variável aleatória «comprimento de um sargo capturado, em centímetros») $(0{,}02275...)$ .... 16 pontos

Apresentar o valor pedido (2%) .... 2 pontos

8.1. .... **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que os lados geometricamente iguais de cada triângulo sombreado medem 3 cm .... 3 pontos

Obter a amplitude de um ângulo interno de um hexágono regular (120^{o}) .... 3 pontos

Obter a amplitude de um dos ângulos internos de cada triângulo sombreado $(75^{\text{o}}$ ou $30^{\text{o}})$ .... 4 pontos

Escrever uma razão trigonométrica que permita obter metade do lado de um quadrado sombreado .... 4 pontos

Obter o valor desse lado .... 3 pontos

Obter a área pedida $(2{,}4\text{ cm}^2)$ .... 3 pontos

2.º Processo

Reconhecer que os hexágonos maiores têm 3 cm de lado .... 3 pontos

Reconhecer que um hexágono regular pode decompor-se em seis triângulos equiláteros geometricamente iguais .... 2 pontos

Escrever uma razão trigonométrica que permita obter a altura de um desses triângulos, considerando a decomposição de um dos hexágonos maiores .... 4 pontos

Obter essa altura .... 2 pontos

Obter a distância entre dois lados opostos de um desses hexágonos .... 3 pontos

Obter a diagonal de um quadrado sombreado .... 3 pontos

Obter a área pedida $(2{,}4\text{ cm}^2)$ .... 3 pontos

8.2. .... **18 pontos**

Identificar as coordenadas dos pontos A e M com $(-1{,}5\ ;\ 0)$ e $(1{,}5\ ;\ 1{,}5)$, respetivamente .... 5 pontos

Obter o declive da reta AM $(0{,}5)$ .... 5 pontos

Obter a ordenada na origem dessa reta $(0{,}75)$ .... 5 pontos

Apresentar a equação pedida $(y = 0{,}5x + 0{,}75)$ .... 3 pontos

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 2 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	**8.1.**						**8.2.**						**Subtotal**
Cotação (em pontos)	20						18						**38**
Destes 12 itens contribuem para a classificação final da prova os 9 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	**1.**	**2.1.**	**2.2.**	**3.1.**	**3.2.**	**3.3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.**	**7.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	9 x 18 pontos												**162**
TOTAL													**200**