REPÚBLICA PORTUGUESA

EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática B

Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2020

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 8 Páginas

A prova inclui 2 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final (itens **4.1.** e **4.2.**). Dos restantes 12 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 9 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos visualizados na sua utilização, mais precisamente, consoante a situação:

- os gráficos obtidos, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r}{180}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Polígono regular: *Semiperímetro* $\times$ *Apótema*

Sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r^2}{360}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4 \pi r^2$ (r – raio)

Área lateral de um cilindro reto: $2 \pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ (r – raio)

Cilindro: *Área da base* $\times$ *Altura*

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

- **Progressão aritmética:** $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$
- **Progressão geométrica:** $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Probabilidades e Estatística

Se X é uma variável aleatória discreta de valores x_i com probabilidade p_i, então:

- **Valor médio** de X:
  $\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$
- **Desvio padrão** de X:
  $\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é uma variável aleatória normal de valor médio μ e desvio padrão σ, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

1. Admita que, durante um determinado período, a pressão atmosférica na zona da estância de esqui da Serra da Estrela pode ser dada, aproximadamente, por

$$p(x) = 1013{,}25\, e^{\left(-\frac{x}{8}\right)} \quad , \text{ com } \; 1{,}8 \leq x \leq 2{,}0$$

em que $p(x)$ é a pressão atmosférica, em hPa (hectopascal), a x **quilómetros** de altitude.

1.1. Num certo local da estância, registou-se a pressão atmosférica de $799\ \mathrm{hPa}$.

Determine a altitude desse local, de acordo com o modelo apresentado.

Apresente o resultado em **metros**, arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, cinco casas decimais.

1.2. Quando um esquiador desce a pista da Torre, na estância de esqui da Serra da Estrela, começa o percurso a 1983 **metros** de altitude e termina-o a 1851 **metros** de altitude.

Determine a diferença entre a pressão no local em que um esquiador termina a descida da pista da Torre e a pressão no local em que inicia a descida, de acordo com o modelo apresentado.

Apresente o resultado em hPa , arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

2. O André vive no concelho de Mirandela, na zona da Serra de Santa Comba, onde pratica BTT.

2.1. Num determinado dia, partiu de casa, de bicicleta, com destino a uma unidade de turismo rural.

Admita que a distância, em quilómetros, que o André percorreu em cada hora do seu percurso, desde casa até à unidade de turismo rural, é dada pela expressão $-2{,}5n + 37{,}5$, em que n representa a ordem de cada uma dessas horas.

2.1.1. Justifique que a expressão apresentada pode ser o termo geral de uma progressão aritmética.

Na sua resposta, identifique a razão dessa progressão.

2.1.2. O percurso feito pelo André, desde a sua casa até à unidade de turismo rural, foi, no total, de $225\ \mathrm{km}$.

Que distância deste percurso lhe faltava percorrer quando completou a oitava hora do mesmo?

Justifique a sua resposta.

2.2. Seja X a variável aleatória «número de treinos de BTT que o André faz por semana».

A tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X é

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,05	0,18	0,33	a	b	0,10

em que a e b representam números reais.

Sabe-se que é tão provável o André fazer quatro treinos por semana como não fazer nenhum treino.

Determine quantos treinos de BTT é de esperar que o André faça durante uma semana.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

3. A Figura 1 mostra o gráfico da evolução da população residente no concelho de Mirandela, no período compreendido entre o ano de 1900 e o ano de 2011, de acordo com dados de censos populacionais, disponíveis no sítio do Instituto Nacional de Estatística.

No gráfico, são referenciados alguns dos anos daquele período, com indicação do respetivo número de residentes. Relativamente ao ano de 1991, esse número está representado pela letra R .

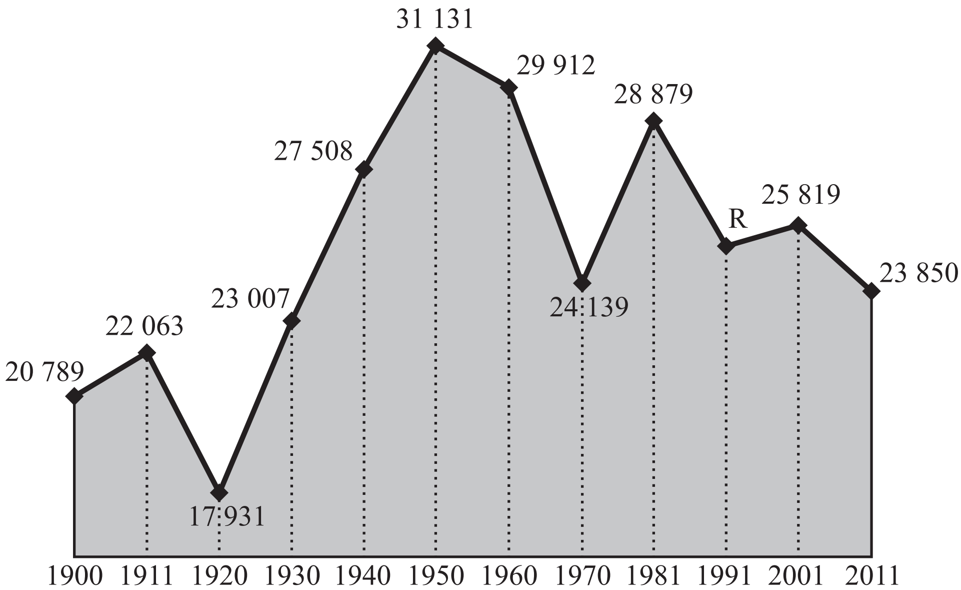

Figura 1

Sabe-se que a mediana desta amostra é igual a $24\,674$.

Considere $\overline{x}$ e s , respetivamente, a média e o desvio padrão da amostra apresentada.

Em que anos, dos registados no gráfico, o número de residentes **não** pertenceu ao intervalo $]\overline{x} - s, \overline{x} + s[$?

Na sua resposta:

– comece por justificar que $\mathrm{R} = 25\,209$;

– apresente o valor de $\overline{x}$ e o valor de s , arredondados às centésimas.

4. A estátua «A menina e a pomba», situada em Mirandela, está assente numa estrutura com a forma de um tronco de pirâmide quadrangular regular, como se observa na fotografia da Figura 2.

Figura 2

Na Figura 3, que não está à escala, estão representados o tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$ e a pirâmide $[ABCDV]$, da qual se obteve esse tronco por um corte paralelo à base.

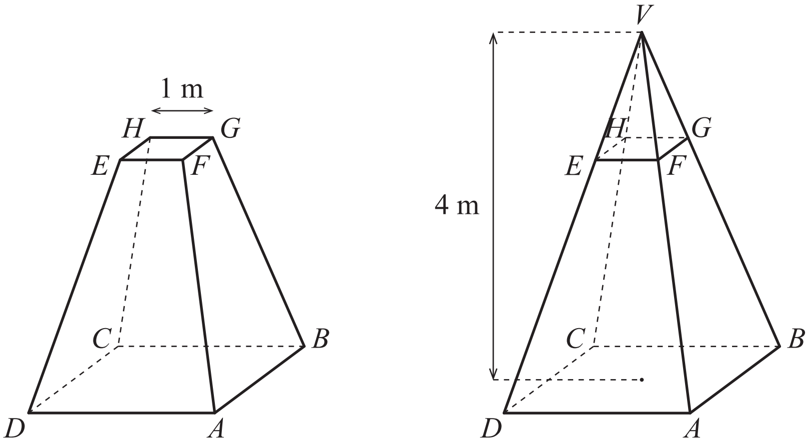

Figura 3

Admita que:

- a altura da pirâmide da qual se obteve o tronco é 4 m ;
- a altura do tronco é $\frac{2}{3}$ da altura dessa pirâmide;
- a base menor do tronco tem 1 m de lado.

4.1. Determine o volume da estrutura na qual está assente a estátua.

Apresente o resultado em metros cúbicos, arredondado às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

4.2. Na Figura 4, está representada, em referencial ortogonal e monométrico, $Oxyz$, a pirâmide $[EFGHV]$. Como a figura ilustra, a origem do referencial é o centro da base desta pirâmide, e os eixos Ox e Oy contêm as diagonais dessa base.

A unidade do referencial é o metro.

Determine as coordenadas do ponto F .

Apresente o valor da ordenada de F arredondado às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, uma casa decimal.

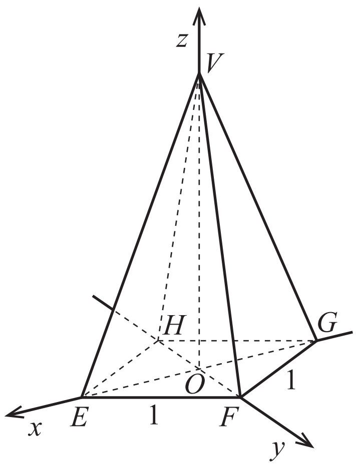

Figura 4

5. Em muitas serras portuguesas, existem parques eólicos, nos quais estão instalados aerogeradores para produção de energia elétrica. Cada aerogerador é constituído, entre outros elementos, por uma torre e por um rotor de três pás. Existem aerogeradores deste tipo com diferentes dimensões.

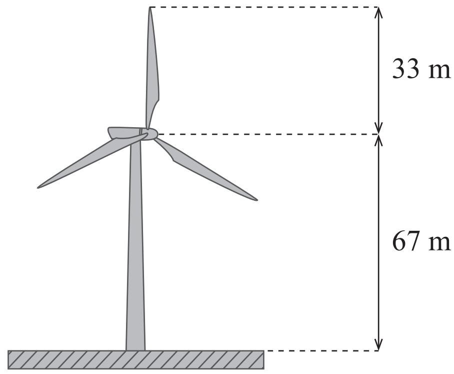

Figura 5

5.1. A Figura 5 é um esquema de um aerogerador do Parque Eólico de Bigorne.

Este aerogerador tem um rotor de três pás, cada uma com 33 metros de comprimento, e uma torre com 67 metros de altura.

5.1.1. O esquema da Figura 6 é relativo ao movimento circular do rotor.

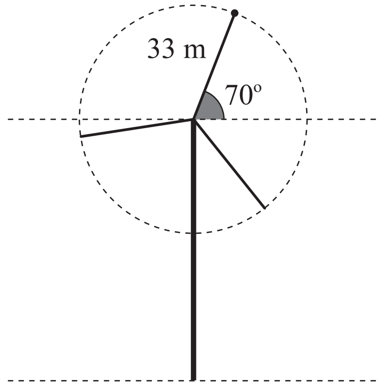

Figura 6

Num determinado instante do movimento do rotor, uma das pás faz um ângulo de 70^{o} com a horizontal, como sugere a figura.

Determine a distância da extremidade dessa pá ao solo naquele instante.

Apresente o valor pedido em metros, arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

5.1.2. O valor da velocidade linear, v , em **metros por segundo**, de um ponto que descreve um movimento circular uniforme é dada por

$$v = \omega \times r$$

em que:

- ω é a amplitude, em **radianos**, do arco de circunferência descrito pelo ponto durante 1 segundo do movimento circular;
- r é o raio, em metros, do arco de circunferência descrito nesse movimento circular.

Admita que o rotor roda a uma velocidade linear de valor constante e dá 15 voltas por minuto.

Determine o valor da velocidade linear a que se desloca o ponto extremidade de uma das pás.

Apresente o resultado em **quilómetros por hora**, arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, não proceda a arredondamentos.

Na sua resposta, comece por obter o número de radianos correspondente a 15 voltas.

5.2. Um aerogerador do Parque Eólico de Vila Lobos, em Lamego, tem uma torre com 91 metros de altura.

Durante o movimento do rotor, a distância, h, em metros, da extremidade de uma pá ao solo, em função da amplitude, θ, em radianos, do ângulo orientado que essa pá faz com a horizontal, durante uma volta, é dada por

$$h(\theta) = 91 + 57\,\text{sen}(\theta) \quad , \text{ com } \theta \in [0, 2\pi]$$

A situação está representada na Figura 7.

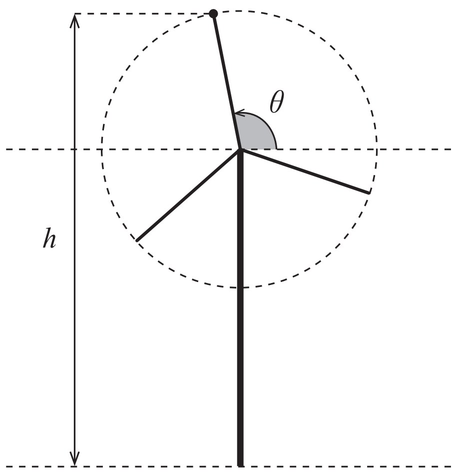

Figura 7

Determine o diâmetro, em metros, da circunferência descrita pela extremidade de uma pá numa volta.

5.3. A potência útil gerada por um aerogerador instalado num determinado local depende da velocidade do vento que faz girar o rotor, para determinados valores dessa velocidade.

Admita que, para dois modelos de aerogeradores, A e B, instalados num mesmo local, a potência, em quilowatts, em função do valor da velocidade do vento, v, em metros por segundo, é dada, respetivamente, por

$$P_A(v) = 1{,}525\, v^3 \quad , \text{ com } 5 \leq v \leq 14$$

e por

$$P_B(v) = 1{,}882\, v^3 \quad , \text{ com } 5 \leq v \leq 14$$

Existe algum valor da velocidade do vento para o qual a potência útil gerada por estes aerogeradores seja igual, de acordo com os modelos apresentados?

Justifique a sua resposta.

6. A Joana foi para a Serra da Estrela, onde vivem os avós, com o objetivo de consolidar o treino para uma competição regional de ginástica rítmica, nas especialidades de Bola e de Fita.

Admita que, nesta competição, o desempenho na prova de cada especialidade será classificado de 0 a 20 pontos.

A Joana planeou treinar durante 6 dias, irá dispor, em cada dia, de 9 horas para se dedicar ao treino e pretende obter, em cada uma das provas, 10 ou mais pontos.

Pela experiência da sua treinadora, a Joana admite que, por cada hora de treino para a prova de Bola, obterá $0{,}8$ pontos na respetiva prova e que, por cada hora de treino para a prova de Fita, obterá $0{,}5$ pontos na respetiva prova.

6.1. Nas condições referidas, é possível a Joana obter 20 pontos em cada uma das provas?

Justifique a sua resposta.

6.2. Quantas horas a Joana deverá treinar para a prova de Bola e quantas horas a Joana deverá treinar para a prova de Fita, durante os 6 dias, de modo que, nas condições referidas, seja máxima a soma dos pontos obtidos nas classificações das respetivas provas?

Na sua resposta, designe por x o número total de horas que a Joana deve treinar para a prova de Bola, e designe por y o número total de horas que a Joana deve treinar para a prova de Fita, durante os 6 dias, e apresente:

– a função objetivo;

– as restrições do problema;

– uma representação gráfica referente ao sistema de restrições;

– o valor de x e o valor de y correspondentes à solução do problema.

FIM

COTAÇÕES

<table>
<tr><td>As pontuações obtidas nas respostas a estes 2 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.</td><td colspan="6">4.1.</td><td colspan="6">4.2.</td><td>Subtotal</td></tr>
<tr><td>Cotação (em pontos)</td><td colspan="6">20</td><td colspan="6">18</td><td>38</td></tr>
<tr><td>Destes 12 itens contribuem para a classificação final da prova os 9 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.</td><td>1.1.</td><td>1.2.</td><td>2.1.1.</td><td>2.1.2.</td><td>2.2.</td><td>3.</td><td>5.1.1.</td><td>5.1.2.</td><td>5.2.</td><td>5.3.</td><td>6.1.</td><td>6.2.</td><td>Subtotal</td></tr>
<tr><td>Cotação (em pontos)</td><td colspan="12">9 x 18 pontos</td><td>162</td></tr>
<tr><td>TOTAL</td><td colspan="12"></td><td>200</td></tr>
</table>

REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática B

Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2020

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Critérios de Classificação 9 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. .... **18 pontos**

Equacionar o problema $(p(x) = 799)$ .... 4 pontos

Resolver a equação anterior .... 12 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função p (**ver nota**) .... 6 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y = 799$ .... 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos .... 2 pontos

Obter a abcissa desse ponto $(1{,}900458...)$ .... 2 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto. Se não for respeitado o domínio da função, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

2.º Processo

Isolar $e^{-\frac{x}{8}}$ .... 3 pontos

Isolar $-\dfrac{x}{8}$ .... 6 pontos

Obter o valor de x .... 3 pontos

Apresentar o valor pedido $(1900\ \text{m})$ .... 2 pontos

1.2. .... **18 pontos**

Converter metros em quilómetros .... 3 pontos

Obter $p(1{,}851)$ .... 6 pontos

Obter $p(1{,}983)$ .... 6 pontos

Obter o valor pedido $(13\ \text{hPa})$ (**ver nota**) .... 3 pontos

Nota – Se for apresentado o valor $-13\ \text{hPa}$, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

2.1.1. .... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever $u_{n+1} - u_n$, ou equivalente (sendo $u_n = -2{,}5n + 37{,}5$) .... 5 pontos

Obter a expressão de u_{n+1} .... 4 pontos

Obter a diferença $(-2{,}5)$ .... 4 pontos

Referir que a diferença não depende de n (ou equivalente) .... 2 pontos

Identificar a razão da progressão $(-2{,}5)$ .... 3 pontos

2.º Processo

Referir que $-2{,}5n + 37{,}5$ corresponde a uma expressão polinomial do 1.º grau em $\mathbb{N}$ (ou equivalente) .... 15 pontos

Identificar a razão da progressão $(-2{,}5)$ .... 3 pontos

2.1.2. .... **18 pontos**

Calcular o valor de S_8 .... 14 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Obter a distância percorrida pelo André na 1.ª hora do percurso $(35\ \text{km})$ .... 3 pontos

Obter a distância percorrida pelo André na 8.ª hora do percurso $(17{,}5\ \text{km})$ .... 3 pontos

Escrever $S_8 = \frac{35 + 17{,}5}{2} \times 8$ (ou equivalente) .... 6 pontos

Obter $S_8 = 210$ .... 2 pontos

2.º Processo

Obter as distâncias, em km, percorridas pelo André, em cada hora do percurso $(35;\ 32{,}5;\ 30;\ 27{,}5;\ 25;\ 22{,}5;\ 20;\ 17{,}5)$ .... 8 pontos

Escrever $35 + 32{,}5 + 30 + 27{,}5 + 25 + 22{,}5 + 20 + 17{,}5$ ...... 5 pontos

Obter 210 .... 1 ponto

Obter o valor pedido $(15\ \text{km})$ .... 4 pontos

2.2. .... **18 pontos**

Indicar o valor de b $(0{,}05)$ .... 3 pontos

Escrever uma expressão que permita obter o valor de a .... 4 pontos

Obter o valor de a $(0{,}29)$ .... 2 pontos

Calcular o valor médio da variável aleatória X .... 8 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever uma expressão para o valor médio .... 6 pontos

Obter o valor médio $(2{,}41)$ .... 2 pontos

2.º Processo

Apresentar as listas introduzidas na calculadora .... 2 pontos

Obter o valor médio, recorrendo às potencialidades estatísticas da calculadora $(2{,}41)$ .... 6 pontos

Apresentar o valor pedido (2) .... 1 ponto

3. .... **18 pontos**

Reconhecer que a mediana da amostra é a média dos 6.º e 7.º valores da amostra ordenada .... 2 pontos

Reconhecer que R é o 7.º valor da amostra ordenada .... 2 pontos

Verificar que $\dfrac{24\,139 + 25\,209}{2} = 24\,674$ (ou equivalente) .... 3 pontos

Apresentar as listas introduzidas na calculadora .... 1 ponto

Obter $\overline{x}$ e s $(25\,019{,}75$ e $3886{,}21$, respetivamente$)$ (**ver nota**) .... 4 pontos

Obter os extremos do intervalo $]\overline{x} - s, \overline{x} + s[$ $(21\,133{,}54$ e $28\,905{,}96)$ .... 2 pontos

Apresentar os anos pedidos $(1900,\ 1920,\ 1950$ e $1960)$ .... 4 pontos

Nota – Caso seja apresentado o valor $3720{,}76$ para s , a pontuação a atribuir a esta etapa não deve ser desvalorizada.

4.1. .... **20 pontos**

Reconhecer que o volume pedido é a diferença entre o volume da pirâmide maior e o volume da pirâmide menor .... 4 pontos

Identificar a altura da pirâmide menor $\left(\dfrac{4}{3}\ \mathrm{m}\right)$ .... 3 pontos

Calcular o volume da pirâmide menor $\left(\dfrac{4}{9}\ \mathrm{m}^3\right)$ .... 3 pontos

Calcular o volume da pirâmide maior .... 8 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Identificar uma razão de semelhança entre as duas pirâmides $\left(3 \text{ ou } \dfrac{1}{3}\right)$ .... 2 pontos

Obter a razão entre os volumes $\left(27 \text{ ou } \dfrac{1}{27}\right)$ .... 3 pontos

Obter o volume da pirâmide maior $(12\ \mathrm{m}^3)$ .... 3 pontos

2.º Processo

Obter a medida do lado da base da pirâmide maior $(3\ \mathrm{m})$ .... 5 pontos

Obter o volume da pirâmide maior $(12\ \mathrm{m}^3)$ .... 3 pontos

Obter o valor pedido $(11{,}6\ \mathrm{m}^3)$ .... 2 pontos

4.2. .... **18 pontos**

Indicar a abcissa do ponto F (0) .... 3 pontos

Indicar a cota do ponto F (0) .... 3 pontos

Identificar a ordenada do ponto F com $\overline{OF}$ .... 1 ponto

Calcular $\overline{OF}$ .... 10 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que $\overline{FH}^2 = \overline{FE}^2 + \overline{EH}^2$ .... 4 pontos

Escrever $\overline{FH}^2 = 1^2 + 1^2$ .... 2 pontos

Obter $\overline{FH}$ $(1,41...)$ .... 2 pontos

Obter $\overline{OF}$ $(0,70...)$ .... 2 pontos

2.º Processo

Reconhecer que $\overline{FE}^2 = \overline{OF}^2 + \overline{OE}^2$ .... 4 pontos

Obter $2 \times \overline{OF}^2 = 1^2$ .... 4 pontos

Obter $\overline{OF}$ $(0,70...)$ .... 2 pontos

Apresentar a ordenada do ponto F $(0,7)$ .... 1 ponto

5.1.1. .... **18 pontos**

Escrever $\operatorname{sen}(70^{\circ}) = \frac{d}{33}$ (sendo d o comprimento do cateto oposto ao ângulo de 70° no triângulo retângulo com hipotenusa 33) .... 6 pontos

Obter d .... 6 pontos

Obter $d + 67$ .... 5 pontos

Apresentar o valor pedido (98 m) .... 1 ponto

5.1.2. .... **18 pontos**

Obter o número de radianos correspondente a 15 voltas (30π) .... 4 pontos

Obter ω $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .... 5 pontos

Obter o valor da velocidade linear, em metros por segundo $\left(\frac{33\pi}{2}\right)$ .... 5 pontos

Obter o valor pedido (187 km/h) .... 4 pontos

5.2. .... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Obter o valor máximo da função h (148) .... 6 pontos

Obter o valor mínimo da função h (34) .... 6 pontos

Obter o valor pedido (114 m) .... 6 pontos

2.º Processo

Calcular $h\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (148) .... 6 pontos

Calcular $h\left(\frac{\pi}{2}\right) - 91$ (57) .... 6 pontos

Obter o valor pedido (114 m) .... 6 pontos

5.3. .... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função P_A (**ver nota**) .... 5 pontos

Representar graficamente a função P_B (**ver nota**) .... 5 pontos

Referir que os gráficos não se intersectam .... 5 pontos

Concluir que não existe .... 3 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto. Se não for respeitado o domínio das funções, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 2 pontos.

2.º Processo

Escrever $1{,}525\, v^3 = 1{,}882\, v^3$ .... 5 pontos

Obter a solução da equação em $\mathbb{R}$ (0) .... 5 pontos

Referir que $0 \notin [5, 14]$ .... 5 pontos

Concluir que não existe .... 3 pontos

3.º Processo

Referir que $v > 0$ .... 6 pontos

Escrever $1{,}525\, v^3 \neq 1{,}882\, v^3$ ou $1{,}525\, v^3 < 1{,}882\, v^3$ .... 9 pontos

Concluir que não existe .... 3 pontos

6.1. .... **18 pontos**

Determinar o número de horas de treino para a prova de Bola, de modo a obter 20 pontos nessa prova $(25$ horas$)$ .... 6 pontos

Determinar o número de horas de treino para a prova de Fita, de modo a obter 20 pontos nessa prova $(40$ horas$)$ .... 6 pontos

Justificar que não é possível $(25+40>54$ ou equivalente$)$ .... 6 pontos

6.2. .... **18 pontos**

Identificar a função objetivo $(L(x,\ y)=0{,}8x+0{,}5y)$ .... 1 ponto

Identificar as restrições $x\geq 0$ e $y\geq 0$ .... 1 ponto

Identificar as restrições
$(x+y\leq 54$, $0{,}8x\geq 10$, $0{,}5y\geq 10$, $0{,}8x\leq 20$ e $0{,}5y\leq 20)$ ... (5×1) ... 5 pontos

Representar graficamente a região admissível .... 5 pontos

- Representar graficamente as retas de equações $x+y=54$, $0{,}8x=10$, $0{,}5y=10$, $0{,}8x=20$ e $0{,}5y=20$ .... 3 pontos
- Assinalar o polígono .... 2 pontos

Obter as coordenadas $(12{,}5;\ 20)$, $(25;\ 20)$ e $(12{,}5;\ 40)$ .... 1 ponto

Obter as coordenadas $(25;\ 29)$ e $(14;\ 40)$ .... 2 pontos

Calcular a soma dos pontos correspondente aos vértices do polígono
(ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver nota**) .... 2 pontos

Apresentar os valores pedidos
$(25$ horas para a prova de Bola e 29 horas para a prova de Fita$)$ .... 1 ponto

Nota – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto. Caso seja apenas calculada a soma correspondente aos vértices de coordenadas $(25;\ 29)$ e $(14;\ 40)$, a pontuação a atribuir a esta etapa não deve ser desvalorizada.

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 2 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	**4.1.**	**4.2.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	20	18	**38**

Destes 12 itens contribuem para a classificação final da prova os 9 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	**1.1.**	**1.2.**	**2.1.1.**	**2.1.2.**	**2.2.**	**3.**	**5.1.1.**	**5.1.2.**	**5.2.**	**5.3.**	**6.1.**	**6.2.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	9 x 18 pontos												**162**
TOTAL													**200**