REPÚBLICA PORTUGUESA

EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática B

Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2021

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 8 Páginas

A prova inclui 7 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 7 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 5 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos visualizados na sua utilização, mais precisamente, consoante a situação:

- os gráficos obtidos, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r}{180}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$

Polígono regular: $\textit{Semiperímetro} \times \textit{Apótema}$

Sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r^2}{360}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4 \pi r^2$ (r – raio)

Área lateral de um cilindro reto: $2 \pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Cone: $\frac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ (r – raio)

Cilindro: $\textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

- **Progressão aritmética:** $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$
- **Progressão geométrica:** $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Probabilidades e Estatística

Se X é uma variável aleatória discreta de valores x_i com probabilidade p_i, então:

- **Valor médio** de X:
  $\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$
- **Desvio padrão** de X:
  $\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é uma variável aleatória normal de valor médio μ e desvio padrão σ, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

*** 1.** Um barco de pesca captura três espécies de peixe: cavala, sardinha e carapau.

Numa pescaria, foram pescados $640\ \mathrm{kg}$ de cavala, $240\ \mathrm{kg}$ de sardinha e $390\ \mathrm{kg}$ de carapau.

O peixe é vendido em lotes de dois tipos: A e B.

Cada lote A é constituído por $40\ \mathrm{kg}$ de cavala, $4\ \mathrm{kg}$ de sardinha e $20\ \mathrm{kg}$ de carapau.

Cada lote B é constituído por $16\ \mathrm{kg}$ de cavala, $12\ \mathrm{kg}$ de sardinha e $15\ \mathrm{kg}$ de carapau.

Cada lote A é vendido a 180 euros e cada lote B é vendido a 160 euros.

Determine o número de lotes A e o número de lotes B que se devem vender, de modo a obter o valor máximo com a venda desses lotes, nas condições referidas.

Na sua resposta, designe por x o número de lotes A e por y o número de lotes B a vender, e apresente:

- a função objetivo;
- as restrições do problema;
- uma representação gráfica referente ao sistema de restrições;
- o valor de x e o valor de y correspondentes à solução do problema.

2. Num estudo sobre uma população de carapaus, concluiu-se que o comprimento, C, em centímetros, de um carapau dessa população é dado, em função de t, aproximadamente, por

$$C(t) = 42\left(1 - e^{-0{,}1056\,t\,-\,0{,}4222}\right) \quad , \quad \text{com} \quad t \geq 1$$

em que t representa a idade, em anos, do carapau.

2.1. De acordo com o modelo apresentado, quantos centímetros cresce um carapau dessa população durante o segundo ano de vida?

Apresente o resultado arredondado às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

*** 2.2.** Admita que a massa, M, em gramas, de um carapau dessa população, com C centímetros de comprimento, é dada, aproximadamente, por

$$M(C) = 0{,}0084 \times C^3 \quad , \quad \text{com} \quad C \geq 18$$

Determine a idade de um carapau dessa população cuja massa é 400 gramas, de acordo com os dois modelos apresentados.

Apresente o resultado em anos e meses, com o número de meses arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

3. Ao largo da costa portuguesa, perto de Viana do Castelo, está em desenvolvimento um dos maiores parques flutuantes do mundo para captação de energia eólica. A central deste parque começou a injetar energia na rede elétrica no final de 2019.

A potência útil de uma torre eólica depende, entre outros fatores, da velocidade do vento. Devido a questões técnicas, a partir de um determinado valor da velocidade do vento, por mais que esta aumente, não se permite que a potência aumente, estabilizando-a num determinado valor, para que seja possível injetar a energia gerada na rede elétrica.

O gráfico representado na Figura 1 relaciona a potência útil, P, em kW, de uma torre eólica com a velocidade, v, em m/s, do vento que faz girar as hélices da torre, para $v > 3$.

De acordo com o gráfico, a potência útil, P, desta torre:

- é crescente até $3000\ \text{kW}$, para valores da velocidade do vento a partir de $3\ \text{m/s}$ até um determinado valor, N, do qual se sabe ser **superior** a $15\ \text{m/s}$;
- é igual a $3000\ \text{kW}$, para valores da velocidade do vento a partir de N.

Admita que, para $3 < v \leq N$, a potência útil, P, em kW, é dada por

$$P(v) = -2{,}731\,v^3 + 77{,}834\,v^2 - 393{,}264\,v + 553{,}023$$

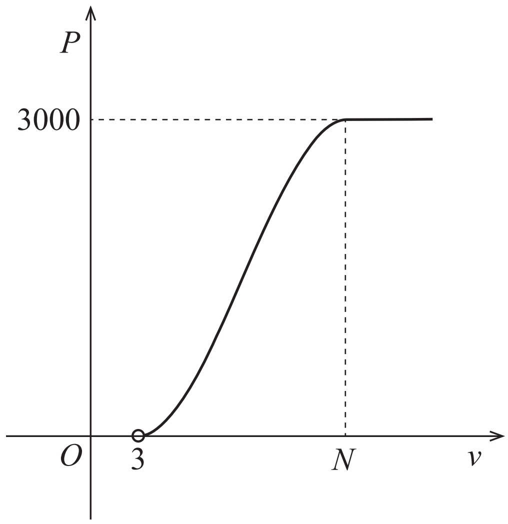

Figura 1

3.1. Determine o valor de N.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

*** 3.2.** Determine o valor da taxa de variação média da função P no intervalo $[5, 15]$ e interprete-o no contexto descrito.

Apresente o valor da taxa de variação média arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, uma casa decimal.

3.3. Seja T a função que dá a taxa de variação instantânea da função P, para cada valor de v.

Qual é o valor da função T quando $v > N$?

Justifique a sua resposta.

4. Em Portugal, existem empresas que organizam passeios de barco pela costa. Quando estava de férias, a Mariana comprou, a uma dessas empresas, um bilhete para fazer um passeio.

* **4.1.** Admita que a variável aleatória, Y , «duração de uma viagem de autocarro desde o hotel onde a Mariana está alojada até ao ancoradouro onde se apanha o barco» segue, aproximadamente, uma distribuição normal de valor médio 20 minutos e desvio padrão 4 minutos.

O autocarro em que a Mariana viajou saiu do hotel às 8 horas e 32 minutos.

A chegada do autocarro ao ancoradouro está prevista para as 9 horas.

Determine a probabilidade de o autocarro chegar ao ancoradouro antes da hora prevista.

Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, cinco casas decimais.

4.2. A empresa vendeu três tipos de bilhete para o passeio de barco:

- tipo 1 – só a viagem;
- tipo 2 – a viagem com almoço;
- tipo 3 – a viagem com almoço e audioguia.

Seja X a variável aleatória «preço, em euros, de um bilhete vendido para o passeio, tomado ao acaso», cuja tabela de distribuição de probabilidades é

x_i	$14{,}20$	a	$20{,}50$
$P(X = x_i)$	$0{,}55$	$0{,}25$	b

em que a representa o preço, em euros, de um bilhete do tipo 2 e b representa um valor de probabilidade.

Sabe-se que o valor médio da variável aleatória X é $16{,}76$ euros.

Determine o preço, em euros, de um bilhete do tipo 2.

5. Uma ponte, idêntica à da fotografia da Figura 2, tem uma torre central e duas torres laterais, cada uma destas à distância de 1000 metros da torre central. A torre central é mais alta do que as torres laterais, e estas têm a mesma altura.

Do topo da torre central para o topo de cada uma das torres laterais estão fixos, no total, 4 cabos retilíneos iguais.

Entre cada um desses 4 cabos e o tabuleiro da ponte, existem cabos verticais, de 25 em 25 metros, perpendiculares ao tabuleiro, que o sustentam.

A Figura 3, que não está à escala, representa a situação relativa a um dos 4 cabos retilíneos fixos na torre central.

Figura 2

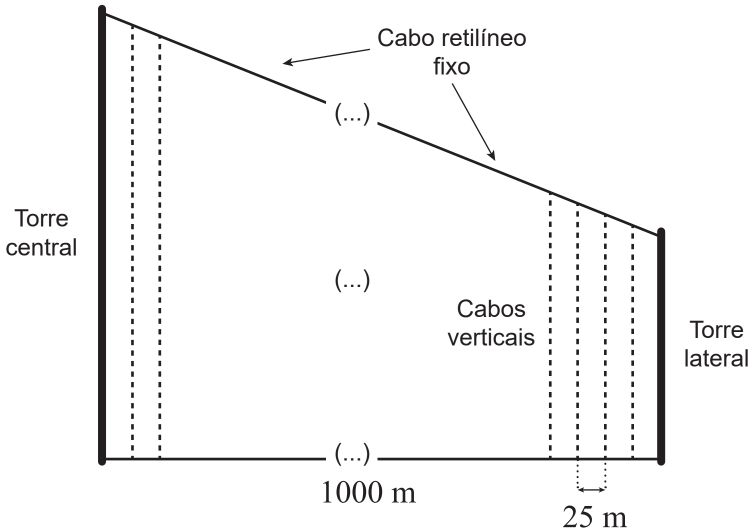

Figura 3

Seja (u_n) a sequência dos comprimentos dos cabos verticais, do menor para o maior, relativa à Figura 3, definida por

$$u_n = 2n + 45$$

em que n é a ordem do termo u_n da sequência.

* **5.1.** Algum dos cabos verticais tem 100 metros de comprimento?

Justifique a sua resposta.

5.2. Determine a soma dos comprimentos de todos os cabos verticais usados para sustentar o tabuleiro da ponte.

6. O penúltimo rei de Portugal, D. Carlos I, era um apaixonado pela oceanografia e por barcos. Com grande talento para a pintura, deixou várias aguarelas ligadas ao mar.

A Figura 4 é uma fotografia de uma dessas aguarelas.

Figura 4

A partir das velas do barco da Figura 4, um desenhador está a estudar um logotipo composto por dois triângulos, que representou a sombreado, em referencial ortogonal e monométrico, Oxy, tal como mostra a Figura 5.

Nesta figura:

- a circunferência tem centro no ponto O;
- os pontos $A(1,0)$ e $D(-1,0)$ pertencem à circunferência;
- o ponto M é o ponto médio do segmento de reta $[OA]$;
- a reta r é tangente à circunferência no ponto A;
- os pontos B e C deslocam-se na reta r, de tal forma que $[MB]$ é sempre paralelo a $[OC]$.

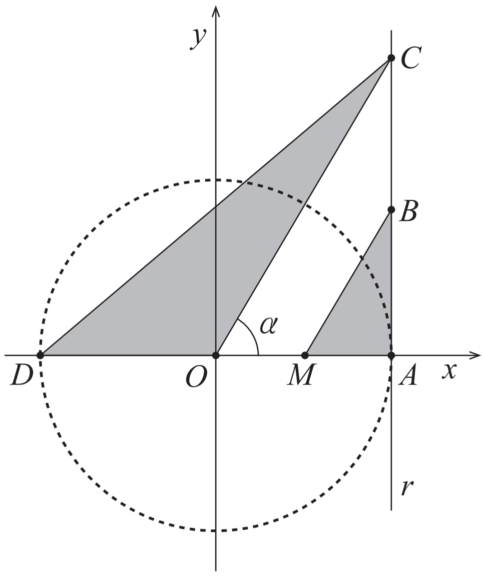

Figura 5

Para cada posição do ponto C, seja α a amplitude, em graus, do ângulo AOC, com

$$40^\circ \leq \alpha \leq 70^\circ$$

A unidade de medida de comprimento é o metro.

* **6.1.** Mostre que a soma, T, das áreas dos triângulos $[DOC]$ e $[MAB]$, em metros quadrados, é dada, em função de α, por

$$T(\alpha) = \frac{5\operatorname{tg}(\alpha)}{8}$$

6.2. Determine o menor e o maior dos valores inteiros de α para os quais a soma, T, das áreas dos triângulos $[DOC]$ e $[MAB]$ é superior a 1 m^2.

Note que a soma, T, das áreas dos triângulos $[DOC]$ e $[MAB]$, em metros quadrados, é dada, em função de α, por $T(\alpha) = \dfrac{5\operatorname{tg}(\alpha)}{8}$.

6.3. Considere $\alpha = 45^\circ$.

Determine a equação reduzida da reta DC.

Na sua resposta, comece por obter as coordenadas do ponto C.

*** 7.** No início do século XX, um navio aportou numa ilha com o objetivo de comprar cereais. Nessa ilha, era hábito colocar os cereais numa vasilha de forma esférica.

Um comerciante vendia vasilhas que anunciava estarem cheias com 2600 dm^3 de cereal cada uma.

Para verificar a capacidade de uma dessas vasilhas, o comandante do navio dispunha apenas de um bloco de madeira, com a forma de um paralelepípedo, de 2 dm de altura, graduado na face superior, como sugere a Figura 6.

O comandante encostou o bloco de madeira à esfera, como se ilustra na Figura 7, e mediu a distância representada por d.

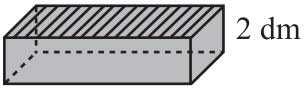

Figura 6

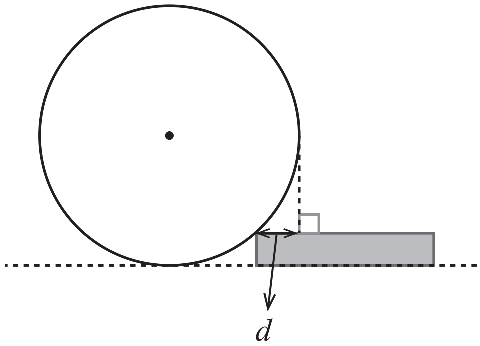

Figura 7

A Figura 8 é um esquema de um corte vertical que passa pelo centro da esfera e pelo ponto da esfera tangente ao solo, e que contém o ponto de contacto do bloco com a esfera.

Neste esquema, que não está à escala:

- O é o centro da esfera;
- $[OD]$ é um raio horizontal da esfera, com $\overline{OD} = r \text{ dm}$;
- $[DC]$ é perpendicular a $[OD]$;
- $[OF]$ e $[EB]$ são paralelos a $[DC]$;
- $[AB]$ representa a altura do bloco, com $\overline{AB} = 2 \text{ dm}$;
- $\overline{BC} = d = 3 \text{ dm}$.

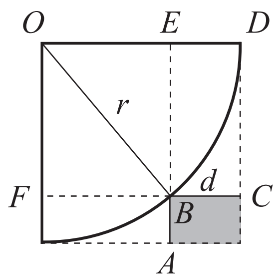

Figura 8

Apenas com estas duas medidas, o comandante calculou a capacidade da esfera e afirmou que a vasilha não podia conter 2600 dm^3 de cereal.

Averigue se a afirmação do comandante estava correta.

Na sua resposta, determine a capacidade da esfera, considerando desprezável a sua espessura.

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 7 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.2.	3.2.	4.1.	5.1.	6.1.	7.	Subtotal
Cotação (em pontos)	20	20	16	16	16	16	16	**120**
Destes 7 itens contribuem para a classificação final da prova os 5 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	**2.1.**	**3.1.**	**3.3.**	**4.2.**	**5.2.**	**6.2.**	**6.3.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	5 x 16 pontos							**80**
TOTAL								**200**

Exame Final Nacional de Matemática B

Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2021

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho | Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Critérios de Classificação

8 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista (ver nota).
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. .... **20 pontos**

Identificar a função objetivo $(V(x,\, y) = 180x + 160y)$ .... 1 ponto

Identificar as restrições $x \geq 0$ e $y \geq 0$ .... 1 ponto

Identificar as restrições
$40x + 16y \leq 640$, $4x + 12y \leq 240$ e $20x + 15y \leq 390$ .... (3x1) .... 3 pontos

Representar graficamente a região admissível .... 5 pontos

Representar graficamente as retas de equações
$40x + 16y = 640$, $4x + 12y = 240$ e $20x + 15y = 390$ .... 3 pontos

Assinalar o polígono .... 2 pontos

Obter as coordenadas dos vértices do polígono, exceto a origem
$((0,\, 20)$, $(6,\, 18)$, $(12,\, 10)$ e $(16,\, 0))$ .... (4x1) .... 4 pontos

Calcular o valor da venda correspondente a cada um dos vértices do polígono, exceto a origem (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver nota**) .... (4x1) .... 4 pontos

Apresentar os valores pedidos (6 lotes A e 18 lotes B) .... 2 pontos

Nota – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

2.1. .... **16 pontos**

Identificar o valor pedido com $C(2)-C(1)$ (ou equivalente) (**ver nota**) .... 6 pontos

Obter $C(1)$ e $C(2)$ (**ver nota**) .... (4+4) .... 8 pontos

Obter o valor pedido $(2{,}5\text{ cm})$ (**ver nota**) .... 2 pontos

Nota – Se o valor pedido for identificado com $C(2)$, a pontuação máxima a atribuir a estas etapas é 2 + 4 + 0.
Se o valor pedido for identificado com $C(3)-C(2)$, a pontuação máxima a atribuir a estas etapas é 3 + 8 + 2.

2.2. .... **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função M (**ver nota**) .... 4 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y=400$ (**ver nota**) .... 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos .... 1 ponto

Obter a abcissa desse ponto $(36{,}2460...)$ .... 2 pontos

Representar graficamente a função C (**ver nota**) .... 4 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y=36{,}2460...$ (**ver nota**) .... 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos .... 1 ponto

Obter a abcissa desse ponto $(14{,}8255...)$ .... 2 pontos

Apresentar o valor pedido $(14$ anos e 10 meses$)$ .... 2 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto. Se não forem respeitados os domínios, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

2.º Processo

Escrever $0{,}0084\times C^3=400$ (ou equivalente) .... 6 pontos

Obter $C=36{,}2460...$ .... 3 pontos

Escrever $42\left(1-e^{-0{,}1056t\,-\,0{,}4222}\right)=36{,}2460...$ (ou equivalente) .... 6 pontos

Isolar $e^{-0{,}1056t\,-\,0{,}4222}$ .... 1 ponto

Obter $t=14{,}8255...$ .... 2 pontos

Apresentar o valor pedido $(14$ anos e 10 meses$)$ .... 2 pontos

3.1. .... **16 pontos**

Representar graficamente a função real de variável real definida por
$y = -2{,}731\,v^3 + 77{,}834\,v^2 - 393{,}264\,v + 553{,}023$ (**ver nota**) .... 5 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y = 3000$ (**ver nota**) .... 4 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos relevante para a resolução .... 3 pontos

Obter o valor pedido (16) .... 4 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

3.2. .... **16 pontos**

Reconhecer que $\text{t.v.m.}_{[5,\,15]} = \dfrac{P(15) - P(5)}{15 - 5}$ .... 2 pontos

Obter $P(15)$ $(2949{,}58...)$ .... 2 pontos

Obter $P(5)$ $(191{,}17...)$ .... 2 pontos

Apresentar o valor da taxa de variação média (276) .... 2 pontos

Interpretar o valor obtido no contexto descrito (**ver nota**) .... 8 pontos

- Reconhecer que a potência aumentou .... 3 pontos
- Reconhecer que $[5, 15]$ é o intervalo de variação da velocidade .. 1 ponto
- Reconhecer que 276 é o valor médio do aumento da potência por m/s .... 2 pontos
- Reconhecer que a unidade de medida da taxa é $\dfrac{\text{kW}}{\text{m/s}}$ .... 2 pontos

Nota – Exemplo de interpretação: «Quando a velocidade do vento varia de $5\ \text{m/s}$ a $15\ \text{m/s}$, a potência útil da torre eólica aumenta, em média, $276\ \text{kW}$ por m/s.»

3.3. .... **16 pontos**

Apresentar o valor pedido (0) .... 8 pontos

Referir que, para $v > N$, a função P é constante (ou equivalente)
(**ver nota**) .... 8 pontos

Nota – Se apenas for referido que a função P é constante, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

4.1. .... **16 pontos**

Obter a duração máxima da viagem, para que o autocarro chegue até às 9 horas $(28$ minutos$)$ .... 4 pontos

Obter o valor pedido .... 12 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Identificar 28 com $\mu + 2\sigma$ .... 3 pontos

Reconhecer que $P(12 \leq Y \leq 28) \approx 0{,}9545$ .... 2 pontos

Calcular $P(Y < 28)$ $(0{,}97725)$ .... 5 pontos

Apresentar o valor pedido (98%) .... 2 pontos

2.º Processo

Determinar, com o auxílio da calculadora, um valor aproximado de $P(Y < 28)$ $(0{,}977249...)$ .... 10 pontos

Apresentar o valor pedido (98%) .... 2 pontos

4.2. .... **16 pontos**

Obter o valor de b $(0{,}20)$ .... 5 pontos

Escrever uma expressão para o valor médio de X .... 7 pontos

Obter o valor pedido $(19{,}40$ euros$)$ .... 4 pontos

5.1. .... **16 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Escrever $2n + 45 = 100$ (ou equivalente) .... 6 pontos

Obter $n = 27{,}5$ .... 4 pontos

Concluir que nenhum cabo vertical tem 100 m de comprimento .... 6 pontos

2.º Processo

Referir que $2n$ representa um número par (ou equivalente) .... 5 pontos

Referir que $2n + 45$ representa um número ímpar (ou equivalente) .... 5 pontos

Concluir que nenhum cabo vertical tem 100 m de comprimento .... 6 pontos

3.º Processo

Obter u_{27} e u_{28} $(99$ e $101)$ .... (4+4) .... 8 pontos

Referir que (u_n) é monótona (ou equivalente) .... 2 pontos

Concluir que nenhum cabo vertical tem 100 m de comprimento .... 6 pontos

5.2. .... **16 pontos**

Calcular u_1 (47) .... 2 pontos

Obter a ordem do último termo de (u_n) (39) (**ver nota**) .... 3 pontos

Calcular u_{39} (123) .... 2 pontos

Escrever $\frac{47+123}{2}\times 39$ (ou equivalente) .... 5 pontos

Calcular o valor da expressão anterior (3315) .... 2 pontos

Obter o valor pedido $(13\,260\text{ m})$ .... 2 pontos

Nota – Se for obtida a ordem 40, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 2 pontos.

6.1. .... **16 pontos**

Escrever uma expressão da área do triângulo $[DOC]$, em função de α .... 7 pontos

Reconhecer que $\text{A}_{[DOC]}=\frac{\overline{DO}\times\overline{AC}}{2}$ .... 1 ponto

Reconhecer que $\overline{DO}=1$ .... 2 pontos

Identificar $\overline{AC}$ com $\operatorname{tg}(\alpha)$ .... 3 pontos

Obter $\frac{\operatorname{tg}(\alpha)}{2}$ (ou equivalente) .... 1 ponto

Escrever uma expressão da área do triângulo $[MAB]$, em função de α .... 7 pontos

Reconhecer que $\text{A}_{[MAB]}=\frac{\overline{MA}\times\overline{AB}}{2}$ .... 1 ponto

Reconhecer que $\overline{MA}=0{,}5$ .... 2 pontos

Identificar $\overline{AB}$ com $\frac{\operatorname{tg}(\alpha)}{2}$ .... 3 pontos

Obter $\frac{\operatorname{tg}(\alpha)}{8}$ (ou equivalente) .... 1 ponto

Obter $\frac{5\operatorname{tg}(\alpha)}{8}$ .... 2 pontos

6.2. .... **16 pontos**

Representar graficamente a função T (**ver notas 1 e 2**) .... 6 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y=1$ (**ver nota 2**) .... 3 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos .... 1 ponto

Obter a abcissa desse ponto $(57{,}9...)$ .... 2 pontos

Apresentar os valores pedidos $(58^{\text{o}}$ e $70^{\text{o}})$ .... (2+2) .... 4 pontos

Notas:

1. Se não for respeitado o domínio da função, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

2. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

6.3. .... **16 pontos**

Indicar a abcissa do ponto C (1) .... 2 pontos

Obter a ordenada do ponto C (1) .... 4 pontos

Obter o declive da reta DC $\left(\frac{1}{2}\right)$ .... 4 pontos

Obter a ordenada na origem dessa reta $\left(\frac{1}{2}\right)$ .... 4 pontos

Apresentar a equação pedida $\left(y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)$ .... 2 pontos

7. .... **16 pontos**

Considerar um triângulo retângulo cuja hipotenusa seja r .... 2 pontos

Reconhecer que os catetos medem $r-3$ e $r-2$ .... (2+2) .... 4 pontos

Escrever $r^2 = (r-3)^2 + (r-2)^2$ .... 2 pontos

Obter $r = 1{,}53589... \vee r = 8{,}46410...$ .... 2 pontos

Reconhecer que $r = 8{,}46410...$ .... 2 pontos

Obter a capacidade da esfera ou obter o raio de uma esfera
com $2600\ \mathrm{dm}^3$ de capacidade .... 3 pontos

Concluir que a afirmação do comandante estava correta .... 1 ponto

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 7 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	**1.**	**2.2.**	**3.2.**	**4.1.**	**5.1.**	**6.1.**	**7.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	20	20	16	16	16	16	16	**120**
Destes 7 itens contribuem para a classificação final da prova os 5 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	**2.1.**	**3.1.**	**3.3.**	**4.2.**	**5.2.**	**6.2.**	**6.3.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	5 x 16 pontos							**80**
TOTAL								**200**