

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2022

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 27-B/2022, de 23 de março

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

13 Páginas

A prova inclui 9 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 5 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de régua, compasso e calculadora gráfica.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nas respostas aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados na sua utilização, como:

- os gráficos obtidos, com os pontos relevantes assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

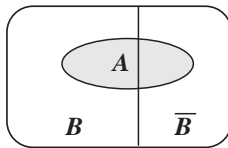
Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

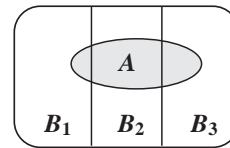
Modelos de probabilidade

Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ = P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \\ = \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})}$$



$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ = P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)$$

$$P(B_k | A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \\ = \frac{P(B_k) \times P(A | B_k)}{P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3

Modelo normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável aleatória normal X , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$$\left] \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$$

n – dimensão da amostra
 \bar{x} – média amostral
 σ – desvio padrão da variável
 z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável aleatória X , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$$

n – dimensão da amostra
 \bar{x} – média amostral
 s – desvio padrão amostral
 z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$$

n – dimensão da amostra
 \hat{p} – proporção amostral
 z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

1. No recrutamento de funcionários para a agência de viagens Ir&Voltar, são valorizadas as competências seguintes: capacidade de comunicação (C), capacidade de negociação (N), domínio da tecnologia (T), domínio da língua inglesa (I) e persistência (P).

Cada candidato é avaliado, em cada competência, numa escala que varia desde o nível 1, menos competente, até ao nível 5, mais competente.

Depois de o candidato ser avaliado, constrói-se o polígono de competências.

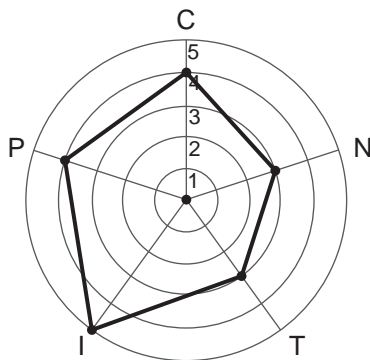
Para tal:

- são desenhadas cinco circunferências, com o mesmo centro e diferentes raios; cada circunferência representa um nível, correspondendo a de menor raio ao nível 1, a seguinte ao nível 2, e assim sucessivamente, até à de maior raio, que corresponde ao nível 5;
- são marcados cinco raios da circunferência maior, cada um representando o eixo relativo ao nível de cada uma das cinco competências.

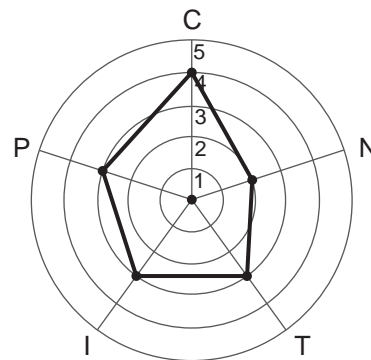
Se um candidato é avaliado com o nível 5 na capacidade de comunicação, é marcado o ponto de intersecção entre o raio correspondente a esta competência e a circunferência correspondente ao nível 5. Procede-se de modo semelhante para as restantes competências. Depois de marcados os cinco pontos, estes são ligados, definindo o polígono de competências do candidato.

Na Figura 1, apresentam-se os polígonos de competências dos quatro candidatos que se apresentaram a concurso, a Alice, o Bruno, a Carlota e o Delfim.

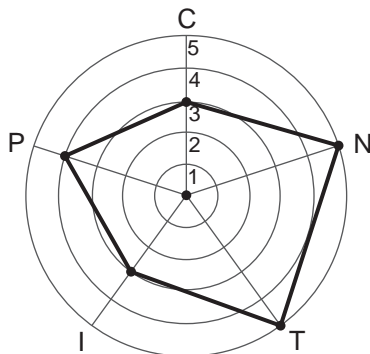
Alice



Bruno



Carlota



Delfim

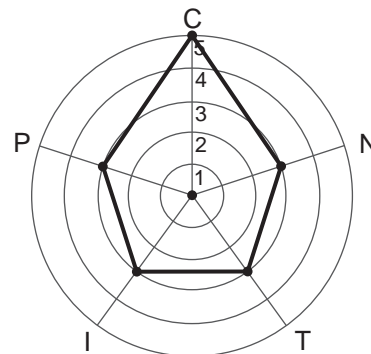


Figura 1

Observando o polígono de competências da Alice, podemos, por exemplo, concluir que foi avaliada com o nível 4 na capacidade de comunicação e com o nível 5 no domínio da língua inglesa.

1.1. Dos quatro candidatos que se apresentaram a concurso, dois deles foram admitidos pela Ir&Voltar.

Na seleção dos candidatos, foi aplicado o método a seguir descrito.

- Os níveis de competência de cada candidato são convertidos em pontos do modo seguinte:
 - o nível de competência C é multiplicado por cinco pontos;
 - o nível de competência N é multiplicado por quatro pontos;
 - o nível de competência T é multiplicado por três pontos;
 - o nível de competência I é multiplicado por dois pontos;
 - o nível de competência P é multiplicado por um ponto.
- Calcula-se a pontuação de cada um dos candidatos, somando os pontos obtidos.
- Ordenam-se os candidatos por ordem decrescente de pontuação, e será essa a ordem de seleção, ou seja, são selecionados os candidatos com maior pontuação.
- Em caso de empate, a seleção entre os candidatos empatados será feita por entrevistas.

Justifique se foram necessárias entrevistas para selecionar os dois candidatos.

Na sua resposta, apresente a pontuação final de cada um dos quatro candidatos.

* 1.2. Considere os polígonos de competências apresentados na Figura 1.

Escolhe-se, ao acaso, um destes quatro polígonos.

Considere os acontecimentos seguintes, associados a esta experiência aleatória:

A: «O polígono escolhido tem assinalado o nível 4 na capacidade de comunicação (C)»

B: «O polígono escolhido tem assinalado, pelo menos, o nível 3 na capacidade de negociação (N)»

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|B)$?

- (A) $\frac{1}{4}$
- (B) $\frac{1}{3}$
- (C) $\frac{1}{2}$
- (D) 1

* 2. A Célia e o Guilherme são os dois funcionários da agência de viagens Ir&Voltar que apresentaram melhores resultados no ano de 2021. Pelo seu desempenho, ganharam três viagens, X, Y e Z.

Para a distribuição das três viagens, a Célia e o Guilherme acordaram utilizar o método seguinte.

- Cada funcionário atribui, secretamente, um valor monetário a cada uma das três viagens e coloca o registo dessas licitações dentro de um envelope fechado. Em seguida, os envelopes são abertos e os valores das licitações são registados numa tabela.
- Determina-se o valor global atribuído às viagens por cada funcionário e o valor que cada um considera justo receber. Assume-se que o valor que cada funcionário considera justo receber é igual a metade do valor global que ele atribuiu ao conjunto das três viagens.
- Cada viagem é destinada ao funcionário que mais a valoriza, considerando-se que o funcionário recebe o equivalente ao valor monetário que atribuiu à respetiva viagem.
- Caso, por aplicação do procedimento anterior, um funcionário não receba qualquer viagem, considera-se, para efeito dos cálculos seguintes, que o valor monetário recebido por esse funcionário é zero euros.
- Caso o valor das viagens recebidas por um funcionário ultrapasse o valor que tinha considerado justo receber, esse funcionário disponibiliza, em dinheiro, o respetivo excedente. Caso contrário, esse funcionário deverá receber, em dinheiro, do montante à disposição, o valor em falta.
- Após os procedimentos anteriores, caso ainda reste dinheiro, este é distribuído em partes iguais pelos dois funcionários.

Na Tabela 1, estão parcialmente registados os valores, em euros, atribuídos por cada funcionário nas licitações secretas, em que a representa o valor atribuído pela Célia à viagem Z.

Tabela 1

Viagem	X	Y	Z
Célia	1000	1500	a
Guilherme	1400	1000	550

Por aplicação do método acima descrito, a Célia considerava justo receber 1550 euros.

Determine, de acordo com o método acima descrito, a(s) viagem(ns) atribuída(s) ao Guilherme e o valor monetário que pagou ou recebeu após a inclusão do dinheiro que possa ter restado, de modo que nenhum deles tenha razão para reclamar.

3. Na agência de viagens Ir&Voltar, realizam-se, ao longo da primeira segunda-feira de cada trimestre, seis reuniões de trabalho, *R1*, *R2*, *R3*, *R4*, *R5* e *R6*. Cada reunião tem um tema diferente e dura 90 minutos. De modo a planificar o dia das reuniões, é solicitada a cada funcionário a inscrição em uma ou mais reuniões, de acordo com os seus interesses. Para que todos os funcionários possam assistir às reuniões em que se inscrevem, é criado um horário com blocos de reuniões que possam ocorrer em simultâneo.

Na Tabela 2, apresentam-se as inscrições dos funcionários em cada uma das reuniões a realizar na primeira segunda-feira do terceiro trimestre de 2022.

Tabela 2

<i>R1</i>	<i>R2</i>	<i>R3</i>	<i>R4</i>	<i>R5</i>	<i>R6</i>
António	António	Bernardo	Diamantino	Ana	Célia
Bernardo	Diamantino	Fausto	Elsa	Guilherme	Elsa
Célia	Elsa	Guilherme	Fausto	Ilda	Guilherme
Zulmira	Xavier	Paulo	Paulo	Xavier	Tomás

Com o propósito de determinar o tempo mínimo necessário para que as seis reuniões decorram nas condições definidas, a diretora de planeamento da Ir&Voltar começou por construir um grafo que modelava a situação.

Indique, em horas, o tempo mínimo necessário para que as seis reuniões se realizem nas condições definidas.

Na sua resposta:

- apresente um grafo que a diretora de planeamento pudesse ter construído;
- identifique a constituição de cada bloco de reuniões.

- * 4. O Manuel pediu um empréstimo de 1530 euros para comprar uma viagem na agência de viagens Ir&Voltar.

Para pagar o empréstimo, ficou estabelecido que o valor pedido seria dividido em 18 parcelas iguais. Durante 18 meses, o Manuel teria de pagar uma prestação igual ao valor da parcela acrescido de uma taxa de 7%.

Depois de ter pago as 12 primeiras prestações, o Manuel teve umas despesas imprevistas e propôs não pagar as 13.^a, 14.^a e 15.^a prestações no mês previsto, comprometendo-se, no entanto, a terminar o pagamento do empréstimo no 18.^o mês.

Foi aceite a proposta, mas com novas condições.

O valor a pagar nos 16.^o, 17.^o e 18.^o meses seria igual a um terço do valor total das parcelas em dívida, acrescido de uma nova taxa.

Determine a nova taxa, sabendo que, no fim, pelo empréstimo de 1530 euros, o Manuel pagou um total de 1644,75 euros.

Apresente o resultado em percentagem.

5. A ilha de Dujal é um dos destinos de férias mais procurados pelos clientes da agência de viagens Ir&Voltar, devido à diversidade da sua flora.

Para preservar duas espécies de plantas, A e B , que, em dado momento, se encontravam em vias de extinção, foi criado, num viveiro, um projeto de reflorestação, com a duração de dois anos.

O número aproximado de plantas da espécie A e de plantas da espécie B , em centenas, existentes no viveiro, t meses após o início do projeto de reflorestação, é dado, respetivamente, pelas expressões



$$A(t) = 30 + 10 \ln(t^3 + 1) \quad \text{e} \quad B(t) = 10 + 1,26^t \quad \text{com} \quad t \in [0, 24]$$

Assim, por exemplo, como $A(7) \approx 88,406$ centenas, o número aproximado de plantas da espécie A existentes no viveiro, sete meses após o início do projeto, é 8841.

5.1. Determine o valor da percentagem de aumento do número de plantas da espécie A existentes em viveiro durante os primeiros dois meses do projeto de reflorestação.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

* 5.2. Ao fim de doze meses, o número de plantas da espécie A era, aproximadamente, o _____ do número de plantas da espécie B .

Selecione a opção que completa corretamente a frase.

(A) triplo

(B) quádruplo

(C) quántuplo

(D) sêxtuplo

* 5.3. Determine ao fim de quantos dias, após o início do projeto, o número de plantas da espécie A era igual ao número de plantas da espécie B .

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Admita que cada mês tem 30 dias.

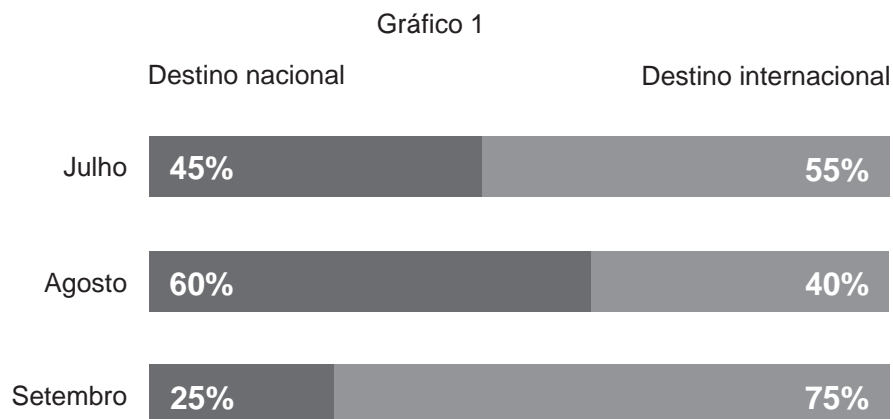
Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

– o(s) gráfico(s) visualizado(s);

– a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) relevante(s), com arredondamento às centésimas.

6. No terceiro trimestre do ano de 2021, a agência de viagens Ir&Voltar vendeu, para destinos nacionais e para destinos internacionais, um total de 500 viagens.

No Gráfico 1, está representada, para cada mês do terceiro trimestre de 2021, a distribuição, em porcentagem, das viagens vendidas na agência em função do destino.



Admita que:

- 48% das viagens vendidas no terceiro trimestre de 2021 são viagens vendidas no mês de agosto;
- o número de viagens vendidas no mês de julho é metade do número de viagens vendidas no mês de agosto.

Determine o número de viagens vendidas no mês de setembro para um destino internacional.

- * 7. O diagrama de dispersão representado na Figura 2 mostra uma forte associação linear positiva entre o preço das viagens de avião vendidas na agência de viagens Ir&Voltar, num determinado período de tempo, e as horas de voo despendidas na viagem de ida e volta.

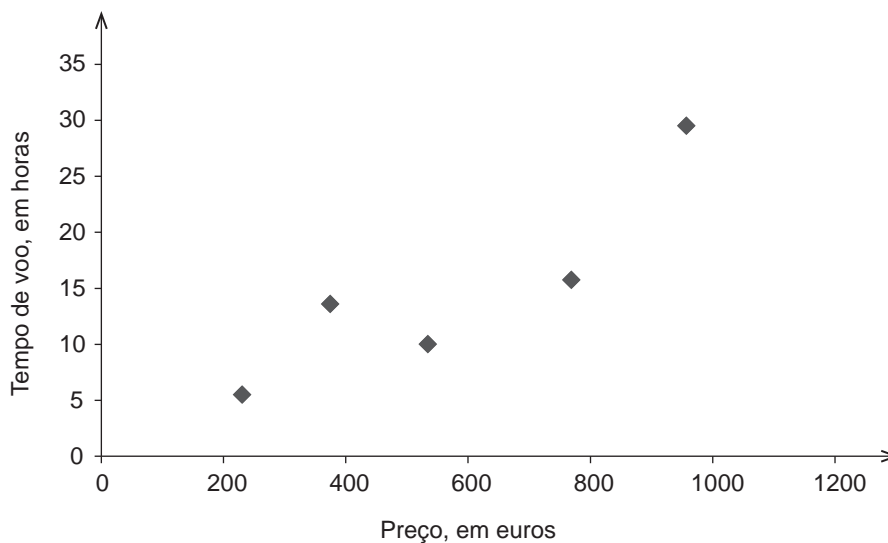


Figura 2

Em cada uma das opções seguintes, são dados um valor de r , coeficiente de correlação linear, e a equação de uma reta.

Em qual das opções poderão estar representados o valor de r e uma equação da reta de regressão linear da distribuição representada na Figura 2?

- (A) $r = -0,92$
 $y = 0,03x - 0,86$
- (B) $r = -0,2$
 $y = -0,03x - 0,86$
- (C) $r = 0,92$
 $y = -0,03x - 0,86$
- (D) $r = 0,89$
 $y = 0,03x - 0,86$

- * 8. A agência de viagens Ir&Voltar foi inaugurada a 3 de janeiro de 2015. Desde essa data até ao dia 3 de janeiro de 2018, houve um grupo de funcionários que se manteve na empresa.

Na Tabela 3, estão representadas as idades desses funcionários no dia da inauguração da Ir&Voltar, em que b representa o número de funcionários com 31 anos.

Tabela 3

Idade no dia da inauguração (em anos)	Número de funcionários
20	1
22	3
26	2
31	b
40	2

No dia 3 de janeiro de 2018, a média das idades desses funcionários era 31,5 anos.

Determine quantos desses funcionários tinham 31 anos quando a agência foi inaugurada.

9. Na localidade onde se situa a agência de viagens Ir&Voltar, existe também a agência de viagens Vá&Volte.

Das 200 pessoas que responderam a um questionário, 140 referiram que já tinham comprado viagens na Ir&Voltar.

- * 9.1. Foi, ainda, possível apurar que, das 200 pessoas que responderam ao questionário:

- 75 pessoas já tinham comprado viagens na agência Vá&Volte;
- 40 pessoas não compraram viagens nem na agência Ir&Voltar nem na agência Vá&Volte.

Escolhe-se, ao acaso, uma das 200 pessoas questionadas.

Determine a probabilidade de essa pessoa já ter comprado viagens em ambas as agências.

Apresente o resultado na forma de dízima.

- 9.2. Quando questionadas as 200 pessoas sobre se já tinham feito um cruzeiro, verificou-se o seguinte:

- 35% das pessoas nunca fizeram um cruzeiro;
- das pessoas que não compraram viagens na agência Ir&Voltar, 70% nunca fizeram um cruzeiro.

Qual é a probabilidade de uma das pessoas questionadas, escolhida ao acaso, ter comprado viagens na Ir&Voltar, sabendo-se que não fez um cruzeiro?

Apresente o resultado na forma de dízima.

- * 10. Com o intuito de saber qual dos três destinos turísticos, Caraíbas, Dubai ou Maldivas, seria o mais pretendido pelos seus clientes, a responsável pelo *marketing* da agência de viagens Ir&Voltar selecionou, ao acaso, alguns dos clientes da agência, e estes indicaram o seu destino favorito de entre os destinos referidos.

Na Tabela 4, estão registadas as preferências indicadas pelos clientes selecionados.

Tabela 4

Destino	Caraíbas	Dubai	Maldivas
N.º de clientes	125	400	100

A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção de clientes da Ir&Voltar que indicam o Dubai como destino favorito, em vez das Caraíbas ou das Maldivas, considerando a amostra de clientes constituída pela responsável do *marketing*, é 0,075264.

Determine o nível de confiança desse intervalo.

Na sua resposta, apresente o valor da proporção amostral.

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.2.	2.	4.	5.2.	5.3.	7.	8.	9.1.	10.	Subtotal
Cotação (em pontos)	12	20	18	12	18	12	18	18	18	146
Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	1.1.	3.	5.1.	6.	9.2.	Subtotal				
Cotação (em pontos)	3 x 18 pontos									54
TOTAL										200

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 835

1.^a Fase

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2022

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 27-B/2022, de 23 de março

Critérios de Classificação

7 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

Nos itens de seleção, a pontuação só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Nas respostas aos itens de seleção, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada de vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).

8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

- 1.1. 18 pontos
- Determinar a pontuação de cada candidato (4 + 4 + 4 + 4) 16 pontos
[Alice – 55; Bruno – 46; Carlota – 60; Delfim – 55]
- Concluir 2 pontos
[A Alice e o Delfim ficaram empatados no segundo lugar e, por isso, a seleção de um deles depende do resultado das entrevistas realizadas.]
- 1.2. 12 pontos
- (B)
2. 20 pontos
- Determinar o valor atribuído pela Célia à viagem Z (600 €) 4 pontos
- Determinar o valor justo a receber pelo Guilherme (1475 €) 4 pontos
- Indicar a distribuição das viagens pelos funcionários
(Célia – Viagens Y e Z; Guilherme – Viagem X) 3 pontos
- Determinar o valor a pagar ou a receber por cada funcionário
(Célia – tem a pagar 550 €, Guilherme – tem a receber 75 €) 4 pontos
- Determinar o valor monetário a distribuir pelos funcionários (237,5 €) 2 pontos
- Concluir 3 pontos
[O Guilherme recebe a viagem X e 312,5 €]
3. 18 pontos
- Apresentar um grafo que modele a situação 8 pontos
- Associar os vértices às diferentes reuniões 2 pontos
- Associar as arestas à possibilidade de ocorrência de reuniões
 em simultâneo (**ver nota**) 6 pontos
- Apresentar os blocos de reuniões 7 pontos
[R1, R4 e R5; R2 e R3; R6]
- Indicar o tempo solicitado, em horas (4,5) 3 pontos
- Nota** – Alternativamente, as arestas podem ser associadas à impossibilidade de ocorrência de reuniões em simultâneo.

4.	18 pontos
Determinar o valor de cada parcela (85 €)	2 pontos
Determinar o valor de cada uma das 12 primeiras prestações (90,95 €)	4 pontos
Determinar o valor pago nas 12 primeiras prestações (1091,4 €)	2 pontos
Determinar o valor a pagar nas 3 últimas prestações (553,35 €)	4 pontos
Determinar o valor das parcelas referente aos 6 meses em falta (510 €)	2 pontos
Obter o valor solicitado (8,5%)	4 pontos
5.1.	18 pontos
Identificar $t = 0$	2 pontos
Determinar $A(0)$ (30)	3 pontos
Identificar $t = 2$	2 pontos
Determinar $A(2)$ ($\approx 51,972$)	3 pontos
Obter o valor solicitado (73%)	8 pontos
5.2.	12 pontos
(B)	
5.3.	18 pontos
Apresentar o(s) gráfico(s)	6 pontos
Apresentar a abcissa do ponto relevante (20,35)	6 pontos
Obter o valor solicitado (611)	6 pontos
6.	18 pontos
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.	
1.º Processo	
Determinar o número de viagens vendidas no mês de agosto (240)	6 pontos
Determinar o número de viagens vendidas no mês de julho (120)	3 pontos
Determinar o número de viagens vendidas no mês de setembro (140)	3 pontos
Obter o valor solicitado (105)	6 pontos
2.º Processo	
Determinar a percentagem de viagens vendidas no mês de julho (24%)	3 pontos
Determinar a percentagem de viagens vendidas no mês de setembro (28%)	3 pontos
Determinar o número de viagens vendidas no mês de setembro (140)	6 pontos
Obter o valor solicitado (105)	6 pontos

7. 12 pontos

(D)

8. 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Determinar a média das idades em 2015 (28,5) 5 pontos

Escrever $\frac{20 + 22 \times 3 + 26 \times 2 + 31 \times b + 40 \times 2}{8 + b} = 28,5$ (ou equivalente) 5 pontos

Escrever $218 + 31b = 228 + 28,5b$ (ou equivalente) 4 pontos

Obter o valor de b (4) 4 pontos

2.º Processo

Determinar as idades dos funcionários em 2018 (23; 25; 29; 34; 43) 5 pontos

Escrever $\frac{23 + 25 \times 3 + 29 \times 2 + 34 \times b + 43 \times 2}{8 + b} = 31,5$ (ou equivalente) 5 pontos

Escrever $242 + 34b = 252 + 31,5b$ (ou equivalente) 4 pontos

Obter o valor de b (4) 4 pontos

9.1. 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Determinar o número de pessoas que compraram viagens em, pelo menos, uma das agências (160) 6 pontos

Determinar o número de pessoas que compraram viagens em ambas as agências (55) 6 pontos

Obter o valor solicitado (0,275) 6 pontos

2.º Processo

Determinar o número de pessoas que compraram viagens apenas na agência Vá&Volte (20) 6 pontos

Determinar o número de pessoas que compraram viagens em ambas as agências (55) 6 pontos

Obter o valor solicitado (0,275) 6 pontos

9.2. 18 pontos

Considerem-se os acontecimentos seguintes:

I : «Comprou viagens na Ir&Voltar »

C : «Fez um cruzeiro»

Calcular $P(I \cap \bar{C})$ 14 pontos

Determinar $P(I)$ (0,7) 4 pontos

Determinar $P(\bar{I})$ (0,3) 2 pontos

Escrever $P(\bar{C} | \bar{I}) = 0,7$ 1 ponto

Determinar $P(\bar{I} \cap \bar{C})$ (0,21) 3 pontos

Obter $P(I \cap \bar{C})$ (0,14) 4 pontos

Calcular $P(I | \bar{C})$ 4 pontos

Escrever $P(\bar{C}) = 0,35$ 1 ponto

Obter $P(I | \bar{C})$ (0,4) 3 pontos

10. 18 pontos

Determinar o valor de n (625) 3 pontos

Determinar o valor de \hat{p} (0,64) 3 pontos

Escrever $2 \times z \times \sqrt{\frac{0,64(1 - 0,64)}{625}} = 0,075264$ (ou equivalente) 6 pontos

Determinar o valor de z (1,96) 5 pontos

Indicar o nível de confiança (95%) 1 ponto

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.2.	2.	4.	5.2.	5.3.	7.	8.	9.1.	10.	Subtotal
Cotação (em pontos)	12	20	18	12	18	12	18	18	18	146
Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	1.1.	3.	5.1.	6.	9.2.	Subtotal				
Cotação (em pontos)	3 x 18 pontos					54				
TOTAL										200