

**Exame Final Nacional de Matemática B**  
**Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2022**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 27-B/2022, de 23 de março

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

8 Páginas

A prova inclui 9 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 5 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente todos os elementos visualizados na sua utilização, mais precisamente, consoante a situação:

- os gráficos obtidos, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

# Formulário

---

## Geometria

### Comprimento de um arco de circunferência:

$\alpha r$  ( $\alpha$  – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r}{180}$  ( $\alpha$  – amplitude, em graus, do ângulo ao centro;  $r$  – raio)

### Áreas de figuras planas

**Losango:**  $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

**Trapézio:**  $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

**Polígono regular:**  $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$

### Sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$  ( $\alpha$  – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r^2}{360}$  ( $\alpha$  – amplitude, em graus, do ângulo ao centro;  $r$  – raio)

### Áreas de superfícies

**Área lateral de um cone:**  $\pi r g$  ( $r$  – raio da base;  $g$  – geratriz)

**Área de uma superfície esférica:**  $4 \pi r^2$  ( $r$  – raio)

**Área lateral de um cilindro reto:**  $2 \pi r g$  ( $r$  – raio da base;  $g$  – geratriz)

## Volumes

**Pirâmide:**  $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

**Cone:**  $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

**Esfera:**  $\frac{4}{3} \pi r^3$  ( $r$  – raio)

**Cilindro:**  $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

## Progressões

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão  $(u_n)$ :

• **Progressão aritmética:**  $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

• **Progressão geométrica:**  $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

## Probabilidades e Estatística

Se  $X$  é uma variável aleatória discreta de valores  $x_i$  com probabilidade  $p_i$ , então:

• **Valor médio de  $X$ :**

$$\mu = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$$

• **Desvio padrão de  $X$ :**

$$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n (x_n - \mu)^2}$$

Se  $X$  é uma variável aleatória normal de valor médio  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

**\* 1.** Uma empresa do sector dos lanifícios produz dois tipos de tecido: TA e TB.

A produção de cada rolo de tecido TA necessita de 1 hora no tanque de lavagem, 1 hora na banca de coloração e 4 horas na máquina de acabamento.

A produção de cada rolo de tecido TB necessita de 2 horas no tanque de lavagem, 1 hora na banca de coloração e 1 hora na máquina de acabamento.

Para a produção dos rolos destes dois tipos de tecido, a empresa dispõe de 160 horas no tanque de lavagem, 100 horas na banca de coloração e 280 horas na máquina de acabamento.

A empresa tem assegurados o lucro de 120 euros por cada rolo de tecido TA produzido e o lucro de 80 euros por cada rolo de tecido TB produzido.

Determine quantos rolos de tecido TA e quantos rolos de tecido TB a empresa deve produzir para obter o lucro total máximo na produção destes tecidos.

Na sua resposta, designe por  $x$  o número de rolos de tecido TA e por  $y$  o número de rolos de tecido TB a produzir pela empresa, e apresente:

- a função objetivo;
- as restrições do problema;
- uma representação gráfica referente ao sistema de restrições;
- o valor de  $x$  e o valor de  $y$  correspondentes à solução do problema.

**2.** No âmbito do desporto escolar, a Leonor completou uma prova de corta-mato em 15,3 minutos, num circuito previamente demarcado no terreno.

Seja  $d$  a função que dá a distância em linha reta, em metros, da Leonor ao ponto de partida,  $t$  minutos após o início da sua prova, até cruzar a meta.

Admita que  $d$  pode ser definida por

$$d(t) = 0,02t(0,6t - 9)^2(0,4t - 4)^2 e^{0,45t}, \text{ com } 0 \leq t \leq 15,3$$

**\* 2.1.** Determine a distância em linha reta da meta ao ponto de partida.

Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.

Se proceder a cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

**\* 2.2.** Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, durante quanto tempo da prova é que a distância em linha reta da Leonor ao ponto de partida foi superior a 154 metros.

Apresente o resultado em minutos e segundos, com os segundos arredondados às unidades.

Em cálculos intermédios, conserve, no mínimo, três casas decimais.

**2.3.** Seja  $V$  a função que dá a taxa de variação instantânea da função  $d$ , para cada valor de  $t$ .

Interprete, no contexto descrito, o significado de  $V(11) \approx 58,4$ .

3. A Leonor decidiu construir um castelo com cartas de jogar, tal como mostra a Figura 1.

Para o fazer, a Leonor procedeu do seguinte modo:

- na primeira fila, colocou 20 cartas inclinadas e 9 cartas horizontais;
- na segunda fila, colocou 18 cartas inclinadas e 8 cartas horizontais;
- na terceira fila, colocou 16 cartas inclinadas e 7 cartas horizontais;
- e assim sucessivamente, até à décima fila, em que colocou apenas 2 cartas inclinadas.



Figura 1

\* 3.1. Considere a sequência em que cada termo é o número de cartas colocadas em cada fila, da primeira à décima.

Justifique que os termos desta sequência são termos consecutivos de uma progressão aritmética.

Na sua resposta, indique a razão dessa progressão.

3.2. A construção completa de qualquer castelo de cartas deste tipo termina sempre com a fila que tem apenas 2 cartas, independentemente do número de filas do castelo.

Se a Leonor conseguisse construir um destes castelos com 100 filas, quantas cartas teria de utilizar?

Justifique a sua resposta.

4. O avô da Leonor vai construir, no seu jardim, um pequeno canteiro retangular.

A área,  $A$ , em metros quadrados, do canteiro, em função da medida,  $x$ , em metros, de um dos lados, é dada por

$$A(x) = 6x - x^2, \text{ com } 0 < x < 6$$

4.1. Determine o perímetro do canteiro que o avô da Leonor vai construir.

Na sua resposta, comece por obter uma expressão para a medida do outro lado do retângulo, em função de  $x$ .

\* 4.2. Determine a área máxima que o canteiro pode ter.

Apresente o resultado em metros quadrados.

- \* 5. Numa escola, foi registado o peso\*, em quilogramas, das mochilas dos alunos que frequentam o 2.º ano de escolaridade. Os dados foram organizados no histograma representado na Figura 2.

\* A palavra «peso» é utilizada na sua aceção corrente, como sinónimo de massa.

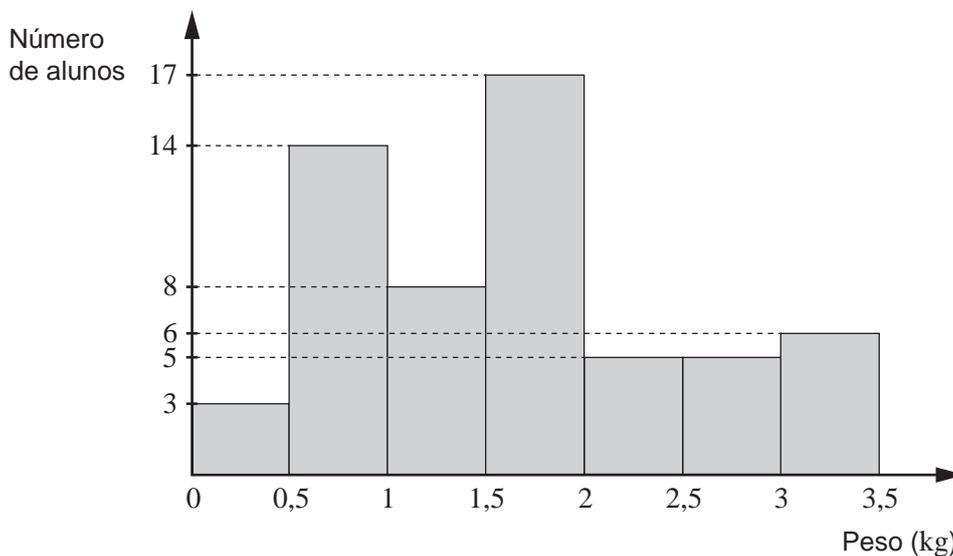


Figura 2

Determine, de acordo com o histograma, a média dos pesos das mochilas dos alunos do 2.º ano de escolaridade dessa escola.

Apresente o resultado em quilogramas, arredondado às centésimas.

- \* 6. A Organização Mundial da Saúde (OMS) recomenda que as crianças e os jovens em idade escolar (dos 6 aos 18 anos) não carreguem mochilas cujo peso\* exceda 10% do peso do seu corpo.

\* A palavra «peso» é utilizada na sua aceção corrente, como sinónimo de massa.

Admita que o peso dos alunos que frequentam o 1.º ano de escolaridade de uma escola segue, aproximadamente, uma distribuição normal de valor médio 22 quilogramas e desvio padrão 1 quilograma.

Num certo dia, foi necessário transportar uma mochila com o peso de 2,4 quilogramas para a biblioteca. Foi indicado, ao acaso, um aluno do 1.º ano para transportar essa mochila.

Determine a probabilidade de não ter sido respeitada a recomendação da OMS nesta situação.

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, cinco casas decimais.

7. A calçada portuguesa é uma forma de arte urbana em que os motivos geométricos são muito utilizados.

A fotografia da Figura 3 mostra parte do pavimento de um passeio em calçada portuguesa, cujo desenho é obtido a partir de uma composição de semicircunferências. Estas têm raios iguais e encontram-se dispostas em colunas, como sugere o esquema da Figura 4.



Figura 3

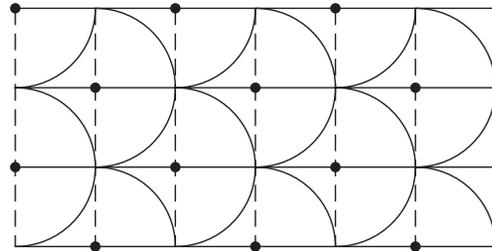


Figura 4

No esquema da Figura 4:

- em cada coluna, estão representadas uma semicircunferência e metade de outra semicircunferência, tangentes entre si, com os centros assinalados e alguns raios representados a traço interrompido;
- a semicircunferência que pertence a uma dada coluna, exceto a primeira, tem um dos seus pontos extremos sobre o ponto médio da semicircunferência da coluna imediatamente à esquerda.

Admita que o raio de cada semicircunferência do pavimento mede 20 cm .

\* 7.1. A Figura 5 representa parte do pavimento daquele passeio.

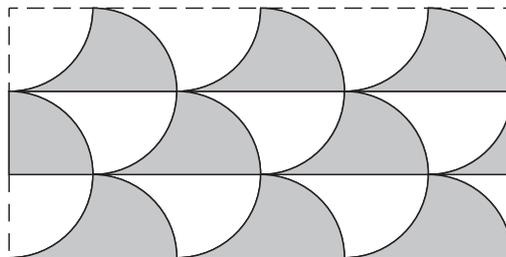


Figura 5

Determine a área da região representada a sombreado na Figura 5.

Apresente o resultado em centímetros quadrados.

7.2. Num dos motivos utilizados no pavimento, esquematizado na Figura 5, fixou-se um referencial ortogonal e monométrico,  $Oxy$ , como se representa na Figura 6.

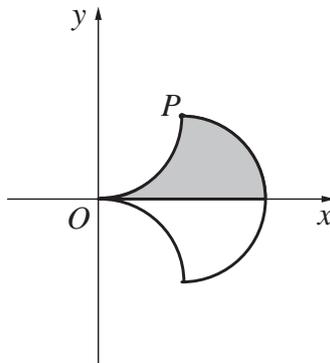


Figura 6

Nesta figura:

- o ponto  $P$  é um dos extremos do diâmetro da semicircunferência;
- o centro da semicircunferência pertence ao semieixo positivo  $Ox$ ;
- o ponto  $O$  é o ponto de tangência de dois arcos contidos nas duas semicircunferências cujos centros pertencem ao eixo  $Oy$ .

No referencial, a unidade é o centímetro.

Seja  $Q$  o transformado do ponto  $P$  pela rotação de centro no ponto  $O$  e de amplitude  $-585^\circ$ .

Determine as coordenadas exatas do ponto  $Q$ .

Na sua resposta, comece por indicar as coordenadas do ponto  $P$ .

8. No verão passado, o João esteve a observar os pássaros que voavam perto da casa do avô.

Um pássaro descrevia um voo horizontal em linha reta quando, em certo momento, observou um alimento no ramo de uma árvore, à mesma altura do voo que estava a efetuar. Para se aproximar do alimento, o pássaro descreveu, no mesmo plano horizontal, um arco de circunferência.

A situação, vista de cima, está representada no esquema da Figura 7. Nesta figura, que não está à escala:

- o segmento de reta  $[AB]$  representa o voo inicial do pássaro, em linha reta;
- o ponto  $C$  representa a localização do alimento;
- o ponto  $O$  representa o centro da circunferência que contém o arco  $BC$  descrito pelo pássaro;
- a circunferência de centro  $O$  é tangente à reta  $AB$  no ponto  $B$ ;
- $r$  é o raio da circunferência, em metros;
- $\alpha$  é a amplitude, em graus, do ângulo agudo que a reta  $AB$  faz com o segmento de reta  $[BC]$ ;
- $d$  é a distância de  $B$  a  $C$ , em metros.

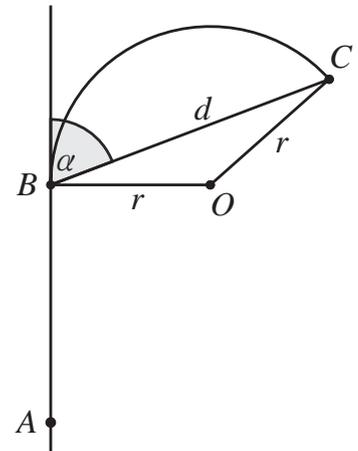


Figura 7

\* 8.1. Mostre que  $r = \frac{d}{2 \operatorname{sen} \alpha}$ .

Na sua resposta, comece por decompor o triângulo  $[BOC]$  pela altura relativa a  $[BC]$ .

8.2. Na parte do voo em linha reta, o pássaro percorreu 12 metros.

Relativamente à parte do voo em que descreveu o arco de circunferência, sabe-se que  $r = 10$  m e  $d = 18$  m.

Determine a distância total percorrida pelo pássaro.

Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Note que  $r = \frac{d}{2 \operatorname{sen} \alpha}$ .

**FIM**

**COTAÇÕES**

| As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final. | 1.            | 2.1. | 2.2. | 3.1. | 4.2. | 5. | 6. | 7.1. | 8.1. | Subtotal   |
|--|---------------|------|------|------|------|----|----|------|------|------------|
| Cotação (em pontos)  | 20            | 16   | 20   | 16   | 16   | 16 | 16 | 16   | 16   | 152        |
| Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação. | 2.3.          | 3.2. | 4.1. | 7.2. | 8.2. |    |    |      |      | Subtotal   |
| Cotação (em pontos)  | 3 × 16 pontos |      |      |      |      |    |    |      |      | 48         |
| <b>TOTAL</b>   |               |      |      |      |      |    |    |      |      | <b>200</b> |

**Exame Final Nacional de Matemática B**  
**Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2022**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 27-B/2022, de 23 de março

**Critérios de Classificação**

9 Páginas

**CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO**

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens que envolvam cálculos ou justificações.

| Situação   | Classificação   |
|--|---|
| 1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.   | É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.   |
| 2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].                                | A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.   |
| 3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.  | A resposta é classificada com zero pontos.  |
| 4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.  | A etapa é pontuada com zero pontos.   |
| 5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.  | Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista.<br>Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.  |
| 6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.   | Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas.<br>Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte:<br>– nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista;<br>– nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação. |
| 7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.   | Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.<br>Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista.<br>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).   |
| 8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.   | É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.<br>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).   |
| 9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.                                   | A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista.<br>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).   |
| 10. Resolução incompleta de uma etapa.   | Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista (ver nota).  |
| 11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.             | É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  |
| 12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros]. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.   |

|  |  |
|--|--|
| 13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.  |
| 14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.   | É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.<br><br>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.   |
| 15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.     | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.  |
| 16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.   | A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.  |
| 17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.   | Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.<br><br>Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. |
| 18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.  | É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:<br><br>– se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;<br><br>– nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.   |

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

|  |                  |
|--|------------------|
| 1. ....  | <b>20 pontos</b> |
| Identificar a função objetivo $(L(x, y) = 120x + 80y)$ .....   | 1 ponto          |
| Identificar as restrições $x + 2y \leq 160$ , $x + y \leq 100$ e $4x + y \leq 280$ .. (3 x 1) .  | 3 pontos         |
| Identificar as restrições $x \geq 0$ e $y \geq 0$ .....  | 1 ponto          |
| Representar graficamente a região admissível .....   | 5 pontos         |
| Representar graficamente as retas de equações $x + 2y = 160$ ,<br>$x + y = 100$ e $4x + y = 280$ ..... (3 x 1) .....   | 3 pontos         |
| Assinalar o polígono .....   | 2 pontos         |
| Obter as coordenadas dos vértices do polígono, exceto a origem<br>$((0, 80), (40, 60), (60, 40)$ e $(70, 0))$ ..... (4 x 1) .....  | 4 pontos         |
| Calcular o lucro correspondente a cada um dos vértices do polígono, exceto a origem (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero – <b>ver nota</b> ) ..... (4 x 1)..... | 4 pontos         |
| Apresentar os valores pedidos (60 rolos de tecido TA e 40 rolos de tecido TB) .  | 2 pontos         |

**Nota** – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

**2.1. .... 16 pontos**

Identificar o valor pedido com  $d(15,3)$  ..... 8 pontos

Calcular  $d(15,3)$  ..... 8 pontos

Esta etapa pode ser cumprida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Substituir  $t$  por 15,3 na expressão analítica de  $d$  ..... 3 pontos

Obter o valor pedido (43,6 m) (**ver nota 1**) ..... 5 pontos

**2.º Processo**

Representar graficamente a função  $d$  (**ver nota 2**) ..... 5 pontos

Obter o valor pedido (43,6 m) ..... 3 pontos

**Notas:**

1. Se for apresentado um valor entre 43 e 44, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.
2. Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto. Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

**2.2. .... 20 pontos**

Reconhecer que o problema se traduz pela condição  $d(t) > 154$  (ou equivalente) (**ver nota 1**) ..... 2 pontos

Representar graficamente a função  $d$  (**ver notas 2 e 3**) ..... 5 pontos

Representar graficamente a reta de equação  $y = 154$  (**ver nota 2**) ..... 2 pontos

Assinalar os pontos de intersecção dos gráficos .....(1 + 1)..... 2 pontos

Obter as abcissas desses pontos (12, 4764... e 13, 8951...) ..... (2 + 2) ..... 4 pontos

Calcular a diferença entre essas abcissas ..... 3 pontos

Obter o valor pedido (1 min 25 s) ..... 2 pontos

**Notas:**

1. Se o problema for traduzido por  $d(t) = 154$ ,  $d(t) \geq 154$ ,  $d(t) < 154$  ou  $d(t) \leq 154$ , a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.
2. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.
3. Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

**2.3. .... 16 pontos**

Identificar 11 com o instante em que decorreram 11 minutos desde o início da prova ..... 4 pontos

Referir que a distância em linha reta da Leonor ao ponto de partida estava a aumentar ..... 5 pontos

Referir que 58,4 corresponde a uma taxa de, aproximadamente, 58,4 metros por minuto (**ver notas 1 e 2**) ..... 7 pontos

**Notas:**

1. Se for referido que 58,4 corresponde a um valor da velocidade da Leonor, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.
2. Se não for referido que 58,4 corresponde a um valor aproximado, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

**Exemplos de resposta:**

- «A Leonor, 11 minutos após o início da sua prova, estava a afastar-se cerca de 58,4 metros por minuto do ponto de partida.»
- «11 minutos após o início da sua prova, a distância da Leonor ao ponto de partida estava a aumentar cerca de 58,4 metros por minuto.»

**3.1. .... 16 pontos**

- Indicar o número de cartas de cada uma das primeiras três filas (29, 26 e 23) ..... 3 pontos
- Reconhecer que  $26 - 29 = 23 - 26$  ..... 4 pontos
- Referir que cada fila, a partir da primeira, tem menos três cartas do que a fila imediatamente anterior ..... 5 pontos
- Indicar a razão da progressão  $(-3)$  ..... 4 pontos

**3.2. .... 16 pontos**

- Reconhecer que os números de cartas nas filas são termos consecutivos de uma progressão aritmética em que o primeiro termo é 2 (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Indicar a razão dessa progressão (3) (**ver nota**) ..... 4 pontos
- Escrever uma expressão que permita calcular o termo de ordem 100 (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Obter o valor desse termo (299) ..... 1 ponto
- Escrever  $\frac{2 + 299}{2} \times 100$  (ou equivalente) ..... 4 pontos
- Obter o valor pedido (15 050 cartas) ..... 1 ponto

**Nota** – Em alternativa, pode ser considerada uma sequência cujo último termo seja 2 e cujos termos sejam termos consecutivos de uma progressão aritmética de razão  $-3$ , e escrita uma expressão que permita calcular o primeiro termo dessa sequência.

**4.1. .... 16 pontos**

- Obter uma expressão para a medida do outro lado do retângulo, em função de  $x$  ( $6 - x$  ou equivalente) ..... 5 pontos
- Escrever uma expressão para o perímetro do canteiro, em função de  $x$  ( $2x + 2(6 - x)$  ou equivalente) ..... 6 pontos
- Obter o valor pedido (12 m) ..... 5 pontos

4.2. .... 16 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Representar graficamente a função  $A$  (**ver nota**) ..... 6 pontos
  - Respeitar o domínio ..... 3 pontos
  - Respeitar a forma do gráfico ..... 3 pontos
- Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é o valor máximo absoluto da função  $A$  ..... 5 pontos
- Obter a ordenada desse ponto (9) ..... 4 pontos
- Apresentar o valor pedido ( $9 \text{ m}^2$ ) ..... 1 ponto

**Nota** – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

**2.º Processo**

- Escrever  $A(x) = 0$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Obter as soluções da equação (0 e 6) ..... (2 + 2) ..... 4 pontos
- Reconhecer que a concavidade do gráfico de  $A$  é voltada para baixo ..... 2 pontos
- Obter a abcissa do vértice (3) ..... 3 pontos
- Obter a ordenada do vértice (9) ..... 4 pontos
- Apresentar o valor pedido ( $9 \text{ m}^2$ ) ..... 1 ponto

5. .... 16 pontos

- Obter as marcas das classes (0,25; 0,75; 1,25; 1,75; 2,25; 2,75; 3,25) ..... 7 pontos
- Determinar o valor pedido ..... 9 pontos

Esta etapa pode ser cumprida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Apresentar uma expressão para o valor da média ..... 7 pontos
- Obter o valor pedido (1,65 kg) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

- Identificar as listas introduzidas na calculadora ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (1,65 kg) ..... 7 pontos

6. .... 16 pontos

Calcular  $2,4 \div 0,10$  (24) ..... 4 pontos

Obter o valor pedido ..... 12 pontos

Esta etapa pode ser cumprida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Identificar 24 com  $\mu + 2\sigma$  ..... 3 pontos

Reconhecer que  $P(20 \leq X \leq 24) \approx 0,9545$  (sendo  $X$  a variável aleatória «peso de um aluno do 1.º ano tomado ao acaso») ..... 2 pontos

Calcular  $P(X \leq 24)$  (0,97725) ..... 5 pontos

Apresentar o valor pedido (98%) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Determinar, com o auxílio da calculadora, um valor aproximado de  $P(X \leq 24)$  (0,977249...) ..... 10 pontos

Apresentar o valor pedido (98%) ..... 2 pontos

7.1. .... 16 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Considerar a Figura 5 decomposta em quadrados com 20 cm de lado ..... 3 pontos

Reconhecer que existe um quarto de círculo inscrito em cada quadrado ..... 1 ponto

Calcular a área de um desses quartos de círculo ..... 3 pontos

Calcular a área da parte restante do quadrado ..... 4 pontos

Escrever uma expressão que permita calcular a área da região sombreada ..... 3 pontos

Apresentar o valor pedido ( $3600 \text{ cm}^2$ ) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Decompor a Figura 5 em 18 quadrados geometricamente iguais ..... 3 pontos

Reconhecer que existe um quarto de círculo inscrito em cada quadrado ..... 1 ponto

Referir que o número de quadrados com um quarto de círculo sombreado é igual ao número de quadrados com um quarto de círculo não sombreado ..... 3 pontos

Referir que, juntando a parte sombreada de dois quadrados diferentemente sombreados, se obtém um quadrado de lado 20 cm ..... 4 pontos

Concluir que a área da região sombreada é igual à área de 9 quadrados (ver nota) ..... 3 pontos

Apresentar o valor pedido ( $3600 \text{ cm}^2$ ) ..... 2 pontos

**Nota** – Em alternativa, pode ser concluído que a área da região sombreada é igual a metade da área total (ou equivalente).

**7.2.** ..... **16 pontos**

- Indicar que as coordenadas do ponto  $P$  são  $(20, 20)$  ..... 2 pontos
- Reconhecer que  $-585^\circ = -360^\circ - 225^\circ$  ou que  $-585^\circ = -720^\circ + 135^\circ$  (ou equivalente) ..... 1 ponto
- Reconhecer que o transformado de  $P$  pela rotação considerada coincide com o transformado de  $P$  pela rotação de centro  $O$  e amplitude  $-225^\circ$  ou  $135^\circ$  ..... 1 ponto
- Reconhecer que o ângulo formado por  $[OP]$  com o semieixo positivo  $Ox$  tem amplitude  $45^\circ$  ..... 4 pontos
- Identificar o sentido da rotação ..... 3 pontos
- Calcular  $\overline{OP}$  ( $\sqrt{800}$ ) ..... 3 pontos
- Apresentar as coordenadas  $(-\sqrt{800}, 0)$  ..... 2 pontos

**8.1.** ..... **16 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Decompor o triângulo  $[BOC]$  pela altura  $[OD]$  (sendo  $D$  o ponto médio de  $[BC]$ ) ..... 2 pontos
- Reconhecer que  $D\hat{B}O = 90^\circ - \alpha$  ..... 3 pontos
- Escrever  $\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{d}{r}$  (ou equivalente) ..... 5 pontos
- Substituir  $\cos(90^\circ - \alpha)$  por  $\sin \alpha$  ..... 4 pontos
- Obter  $r = \frac{d}{2\sin \alpha}$  ..... 2 pontos

**2.º Processo**

- Decompor o triângulo  $[BOC]$  pela altura  $[OD]$  (sendo  $D$  o ponto médio de  $[BC]$ ) ..... 2 pontos
- Reconhecer que  $D\hat{B}O = 90^\circ - \alpha$  ..... 3 pontos
- Reconhecer que  $D\hat{O}B = \alpha$  ..... 4 pontos
- Escrever  $\sin \alpha = \frac{d}{r}$  (ou equivalente) ..... 5 pontos
- Obter  $r = \frac{d}{2\sin \alpha}$  ..... 2 pontos

8.2. .... 16 pontos

- Reconhecer que a distância total percorrida pelo pássaro é a soma de  $\overline{AB}$  com o comprimento do arco  $BC$  ..... 1 ponto
- Escrever  $10 = \frac{18}{2\text{sen } \alpha}$  ..... 2 pontos
- Obter  $\text{sen } \alpha = 0,9$  ..... 2 pontos
- Obter  $\alpha$  ..... 2 pontos
- Obter  $B\hat{O}C$  ..... 2 pontos
- Escrever uma expressão para o comprimento do arco  $BC$  ..... 3 pontos
- Obter o comprimento do arco  $BC$  ..... 2 pontos
- Obter o valor pedido (34,4 m) ..... 2 pontos

**COTAÇÕES**

| As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final. | 1.            | 2.1. | 2.2. | 3.1. | 4.2. | 5. | 6. | 7.1. | 8.1. | Subtotal   |
|--|---------------|------|------|------|------|----|----|------|------|------------|
| Cotação (em pontos)  | 20            | 16   | 20   | 16   | 16   | 16 | 16 | 16   | 16   | <b>152</b> |
| Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação. | 2.3.          | 3.2. | 4.1. | 7.2. | 8.2. |    |    |      |      | Subtotal   |
| Cotação (em pontos)  | 3 x 16 pontos |      |      |      |      |    |    |      |      | <b>48</b>  |
| <b>TOTAL</b>   |               |      |      |      |      |    |    |      |      | <b>200</b> |