

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais
Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2023

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 22/2023, de 3 de abril

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

15 Páginas

A prova inclui 9 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 5 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de régua, compasso e calculadora gráfica.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nas respostas aos itens que envolvem cálculos, apresente todas as justificações necessárias e todos os cálculos que tiver de efetuar.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados na sua utilização, como:

- os gráficos obtidos, com os pontos relevantes assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

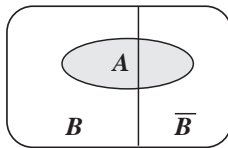
Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

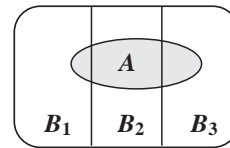
Modelos de probabilidade

Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ = P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \\ = \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})}$$



$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ = P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)$$

$$P(B_k | A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \\ = \frac{P(B_k) \times P(A | B_k)}{P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3

Modelo normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável aleatória normal X , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$$\left] \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$$

n – dimensão da amostra

\bar{x} – média amostral

σ – desvio padrão da variável

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável aleatória X , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$$

n – dimensão da amostra

\bar{x} – média amostral

s – desvio padrão amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$$

n – dimensão da amostra

\hat{p} – proporção amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

| Nível de confiança | 90% | 95% | 99% |
|--------------------|-------|-------|-------|
| z | 1,645 | 1,960 | 2,576 |

1. Todos os anos, na freguesia de Avelares, realiza-se a Festa da Freguesia. A organização da festa é da responsabilidade de uma comissão formada por 15 moradores da freguesia, garantindo-se que exista uma proporção representativa do número de moradores das três zonas em que esta se divide, Zona Norte (N), Zona Centro (C) e Zona Sul (S).

Os moradores de cada uma das zonas, interessados em pertencer à comissão, começam por se inscrever. No total, este ano, 105 moradores da freguesia inscreveram-se para fazer parte da comissão.

Na Figura 1, encontra-se organizada, por zonas da freguesia, a contagem dessas 105 inscrições.

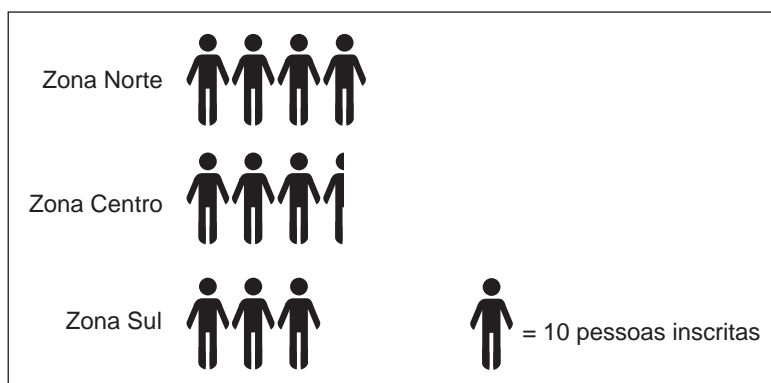


Figura 1

A composição da comissão resulta da aplicação do método a seguir descrito.

- 1.º passo: Calcula-se o divisor padrão, dividindo-se o número total de pessoas inscritas pelo número de pessoas que fará parte da comissão.
- 2.º passo: Calcula-se a quota padrão de cada zona, dividindo-se pelo divisor padrão o número de pessoas inscritas de cada zona.
- 3.º passo: Se a quota padrão de uma zona for um número inteiro, atribui-se essa quota a essa zona.
- 4.º passo: Se a quota padrão de uma zona não for um número inteiro, calcula-se $\sqrt{L(L+1)}$, sendo L o maior número inteiro menor do que a quota padrão.
- 5.º passo: Se a quota padrão de uma zona for menor do que $\sqrt{L(L+1)}$, atribui-se a essa zona uma quota modificada igual ao maior número inteiro menor do que a quota padrão; se a quota padrão de uma zona for maior do que $\sqrt{L(L+1)}$, atribui-se a essa zona uma quota modificada igual ao resultado da adição de 1 com o maior número inteiro menor do que a quota padrão. O número de pessoas a seleccionar por cada zona, cuja quota padrão não for um número inteiro, é igual à respetiva quota modificada.

Indique a constituição da comissão, resultante da aplicação do método descrito, determinando o número de pessoas de cada zona.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve uma casa decimal.

2. No recinto da Festa da Freguesia, existem 5 expositores, L , M , N , O e P , que estão ligados por troços pedonais, como se pode observar na Figura 2.

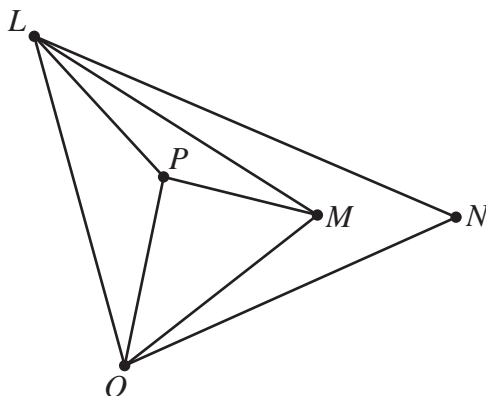


Figura 2

- * 2.1. O presidente da junta de freguesia pretende visitar todos os expositores, sem repetir nenhum deles, iniciando a visita no expositor L .

Complete o texto seguinte, selecionando a opção adequada a cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção **a)**, **b)** ou **c)** que lhe corresponde. A cada espaço corresponde uma só opção.

O presidente da junta de freguesia verificou que existem **I** percursos possíveis, mas, se quiser visitar o expositor N depois de visitar o expositor O , apenas existe(m) **II** percurso(s) possível(is).

Verificou também que não poderia visitar o expositor M imediatamente a seguir ao expositor **III** e que, imediatamente a seguir a visitar o expositor N , poderia visitar o expositor **IV** .

| I | II | III | IV |
|------|------|--------|--------|
| a) 2 | a) 1 | a) N | a) M |
| b) 3 | b) 2 | b) O | b) O |
| c) 4 | c) 3 | c) P | c) P |

- * 2.2. No final de cada dia, o Rui verifica se todos os expositores, L , M , N , O e P , e o restaurante, $R1$, ficam devidamente encerrados.

Na Tabela 1, estão indicados os comprimentos, em metros, dos troços pedonais que ligam os diferentes espaços.

Tabela 1

| | L | M | N | O | P | $R1$ |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| L | | 284 | 401 | 375 | 356 | |
| M | 284 | | | 255 | 270 | 253 |
| N | 401 | | | 260 | | |
| O | 375 | 255 | 260 | | 200 | 250 |
| P | 356 | 270 | | 200 | | 214 |
| $R1$ | | 253 | | 250 | 214 | |

O Rui deve iniciar a verificação no restaurante, $R1$.

Para definir o percurso, utiliza o método seguinte.

- Seleciona o espaço a visitar em seguida, tendo em conta que:
 - deve ser o mais próximo possível;
 - se houver dois espaços à mesma distância, a seleção é aleatória.
- Procede como foi indicado no ponto anterior, não repetindo nenhum espaço, e termina depois de ter verificado todos os espaços.

Determine a distância, em metros, percorrida pelo Rui.

Na sua resposta, apresente:

- um grafo ponderado que resulte da aplicação do método descrito;
- o percurso que respeita as condições definidas.

3. A Mariana é uma funcionária da junta de freguesia de Avelares que, após ser promovida, passou a auferir um salário bruto de 1500 euros. O salário bruto, também designado por remuneração mensal, é o salário antes de quaisquer descontos e não inclui o subsídio de refeição.

Admita que o salário líquido, valor monetário que a Mariana efetivamente recebe, resulta da aplicação da fórmula de cálculo seguinte:

$$SL = SB + SR - SS - RF$$

Em que:

- SL é o salário líquido, em euros;
- SB é o salário bruto, em euros;
- SR é o subsídio de refeição, em euros, que corresponde a 5,2 euros por cada dia de trabalho realizado durante o mês;
- SS é a contribuição para a Segurança Social, em euros, que corresponde a 11% do salário bruto;
- RF é a retenção na fonte, em euros, calculada sobre o salário bruto, com base nos dados publicados, anualmente.

A Tabela 2 é a tabela que a Mariana consulta para saber qual o valor da taxa de retenção na fonte aplicada ao seu salário bruto.

Tabela 2

| Salário bruto mensal (euros) | Número de dependentes | | | | | |
|------------------------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-----------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 ou mais |
| ... | | | | | | |
|]822,00; 931,00] | 10,1% | 7,3% | 6,5% | 3,8% | 3,1% | 1,2% |
|]931,00; 1015,00] | 11,3% | 8,6% | 7,8% | 5,1% | 4,4% | 3,1% |
|]1015,00; 1075,00] | 12,1% | 9,5% | 8,6% | 6,0% | 4,8% | 3,9% |
|]1075,00; 1154,00] | 13,1% | 11,4% | 10,6% | 7,9% | 7,1% | 5,3% |
|]1154,00; 1237,00] | 14,1% | 12,4% | 11,5% | 8,9% | 8,0% | 6,3% |
|]1237,00; 1333,00] | 15,1% | 14,4% | 12,6% | 10,7% | 9,0% | 8,1% |
|]1333,00; 1437,00] | 16,1% | 15,3% | 13,6% | 11,9% | 10,0% | 9,2% |
|]1437,00; 1577,00] | 17,1% | 16,4% | 14,6% | 12,8% | 11,1% | 10,2% |
|]1577,00; 1727,00] | 18,5% | 17,7% | 16,1% | 14,3% | 13,4% | 11,7% |
| ... | | | | | | |

Fonte: <https://info.portaldasfinancas.gov.pt> (consultado em outubro de 2022). (Adaptado)

Por exemplo, segundo esta tabela, a um salário bruto, no valor de 1300 euros, de um trabalhador com quatro dependentes, será aplicada a taxa de retenção na fonte de 9,0%.

Admita que a Mariana tem dois dependentes e que, no próximo mês, trabalhará 22 dias.

Determine o valor do salário líquido da Mariana no próximo mês.

- * 4. Dois amigos, o Augusto e o Joaquim, todos os anos compram, a meias, um conjunto de rifas. Num certo ano, ganharam os prémios X , Y e Z .

Como não chegaram a acordo sobre a divisão dos três prémios, resolveram aplicar o método a seguir descrito.

- Cada um dos amigos atribui, secretamente, um certo número de pontos a cada um dos três prémios, num total de 100 pontos.
- Cada prémio é destinado, temporariamente, ao amigo que mais o valoriza.
- Determina-se o total de pontos do(s) prémio(s) temporariamente destinado(s) a cada um dos amigos. Se o total de pontos for igual, a partilha está concluída. Caso contrário, procede-se ao ajuste da partilha, de modo que os dois amigos fiquem com número igual de pontos, no total, através da partilha de um dos prémios.
- Para se efetuar o ajuste da partilha, o prémio a partilhar pelos amigos será, de entre os atribuídos ao amigo com total de pontos mais elevado, aquele que tiver menor diferença de pontos atribuídos.
 - Seja A o amigo com o total de pontos mais elevado e seja B o outro amigo. O total final de pontos a atribuir ao amigo A corresponde à diferença entre o total temporário dos seus pontos e x por cento dos pontos por ele atribuídos ao prémio a partilhar.
 - O total final de pontos a atribuir ao amigo B corresponde à soma do total temporário dos seus pontos com x por cento dos pontos por ele atribuídos ao prémio a partilhar.
 - Igualam-se os dois totais finais, de modo a determinar o valor de x , com o qual a partilha ficará equilibrada.
 - O amigo B fica com o(s) prémio(s) a si destinado(s) e x por cento do prémio a partilhar, e o amigo A fica com o restante.

Na Tabela 3, apresenta-se o número de pontos atribuído aos três prémios por cada um dos amigos.

Tabela 3

| | X | Y | Z |
|---------|-----|-----|-----|
| Augusto | 32 | 38 | 30 |
| Joaquim | 24 | 51 | 25 |

Complete o texto seguinte, selecionando a opção adequada a cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção **a)**, **b)** ou **c)** que lhe corresponde. A cada espaço corresponde uma só opção.

O prémio temporariamente destinado ao Joaquim foi o prémio **I** , sendo o total de pontos dos prémios temporariamente destinados ao Augusto igual a **II** . O prémio a utilizar no ajuste da partilha é o prémio **III** . Na partilha final dos prémios, o Augusto terá direito a **IV** desse prémio.

| I | II | III | IV |
|--------------------|--------------|--------------------|---------------|
| a) <i>X</i> | a) 32 | a) <i>X</i> | a) 15% |
| b) <i>Y</i> | b) 62 | b) <i>Y</i> | b) 20% |
| c) <i>Z</i> | c) 68 | c) <i>Z</i> | c) 80% |

5. O número de habitantes da freguesia de Avelares, decorridas t décadas após o início do ano 1970, é bem aproximado pelo modelo seguinte

$$A(t) = \frac{10\,566}{1 + 5e^{-0,8t}}, \quad t \geq 0$$

* 5.1. Em qual dos intervalos de tempo o crescimento da população foi mais acentuado?

- (A) Do início de 1980 ao início de 1990
- (B) Do início de 1990 ao início de 2000
- (C) Do início de 2000 ao início de 2010
- (D) Do início de 2010 ao início de 2020

5.2. Na década em que o número de habitantes da freguesia atingiu os cinco milhares, o centro de saúde de Avelares sofreu uma ampliação.

Prove que a ampliação do centro de saúde de Avelares ocorreu durante a década de 80.

Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

- o(s) gráfico(s) visualizado(s);
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) relevante(s), com arredondamento às centésimas.

* 5.3. O número de habitantes da freguesia de Bileira, uma freguesia vizinha de Avelares, decorridas t décadas após o início do ano 1970, é bem aproximado pelo modelo seguinte

$$B(t) = \frac{a}{1 + 4e^{-0,7t}}, \quad t \geq 0 \text{ e } a \text{ número real positivo.}$$

De acordo com os modelos apresentados, as freguesias de Avelares e Bileira tinham o mesmo número de habitantes no início do ano 1970.

Determine o número de habitantes da freguesia de Bileira, com arredondamento às unidades, no início do ano de 2020.

Na sua resposta, comece por determinar o valor de a .

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve seis casas decimais.

6. Uma das atrações da Festa da Freguesia é a quermesse, onde se podem comprar rifas.

Considere que, num conjunto de 200 rifas:

- 120 são verdes;
- um quarto das rifas verdes são rifas premiadas;
- das rifas premiadas, há tantas verdes quantas as que não são verdes.

Escolhe-se, aleatoriamente, uma rifa daquele conjunto de 200.

Determine a probabilidade de a rifa escolhida não ser premiada, sabendo-se que não é verde.

Apresente a sua resposta na forma de dízima.



* 7. De acordo com um estudo, o tempo que cada cliente aguarda até ser atendido na zona de restauração da Festa da Freguesia segue uma distribuição aproximadamente normal, de valor médio 15 minutos, sendo a probabilidade de um cliente aguardar entre 7 e 23 minutos até ser atendido igual a 0,9545.

Considere que, num determinado dia, foram atendidos 1550 clientes.

Determine quantos desses clientes é de esperar que aguardem entre 11 e 15 minutos até serem atendidos.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve cinco casas decimais.








Na sua resposta, apresente, justificando, o valor do desvio padrão.

8. No ano passado, a Festa da Freguesia teve a duração de catorze dias, consecutivos, correspondendo a duas semanas completas. A festa começou no domingo, dia 7, e terminou no sábado, dia 20.

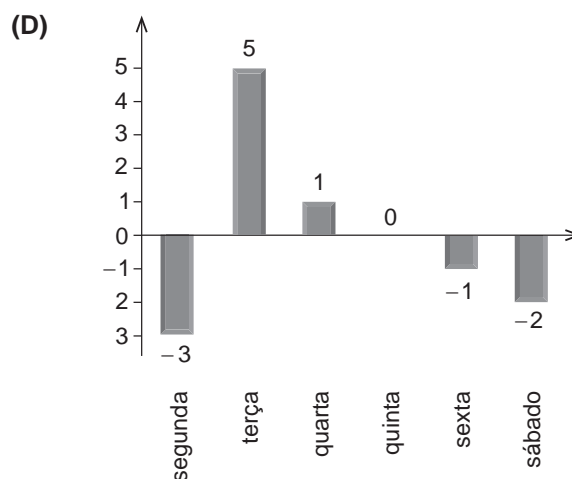
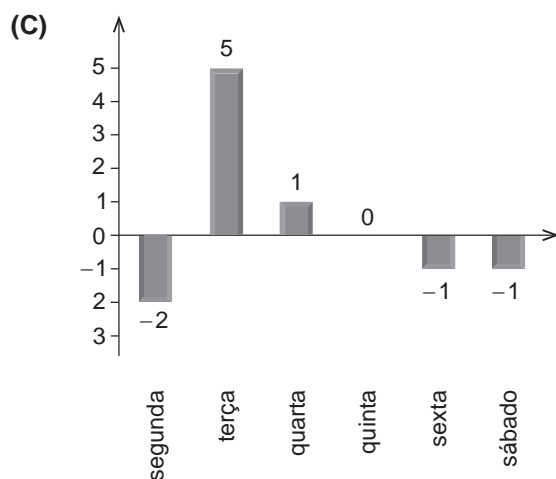
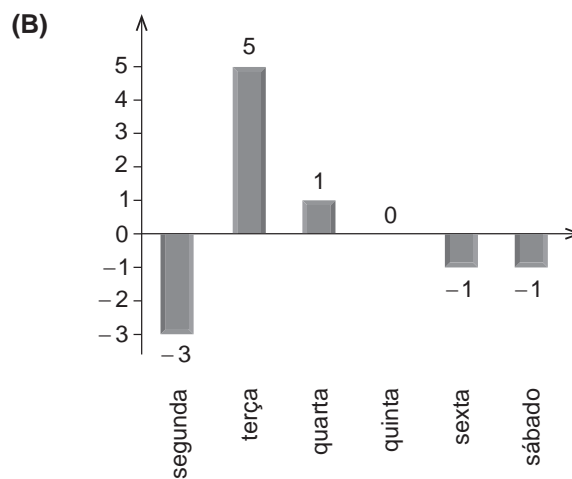
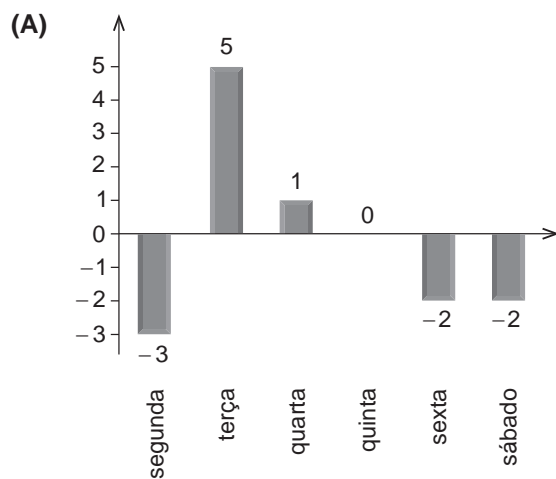
Na Tabela 4, apresentam-se os dados das temperaturas (T), mínima e máxima, em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$), e da precipitação acumulada diária (P), em milímetros (mm), para cada dia da primeira semana da festa.

Tabela 4

1.^a semana

| | Dom., 7 | Seg., 8 | Terça, 9 | Quarta, 10 | Quinta, 11 | Sexta, 12 | Sáb., 13 |
|----------|---|---|---|---|--|---|---|
| |  |  |  |  |  |  |  |
| | Céu nublado | Céu nublado | Céu nublado | Céu pouco nublado | Céu pouco nublado | Céu pouco nublado | Céu pouco nublado |
| T | 16 $^{\circ}\text{C}$ 26 $^{\circ}\text{C}$ | 15 $^{\circ}\text{C}$ 23 $^{\circ}\text{C}$ | 16 $^{\circ}\text{C}$ 28 $^{\circ}\text{C}$ | 16 $^{\circ}\text{C}$ 29 $^{\circ}\text{C}$ | 15 $^{\circ}\text{C}$ 29 $^{\circ}\text{C}$ | 15 $^{\circ}\text{C}$ 28 $^{\circ}\text{C}$ | 14 $^{\circ}\text{C}$ 26 $^{\circ}\text{C}$ |
| P | 1 mm | 0,5 mm | 0,1 mm | 0,2 mm | 0 mm | 0,3 mm | 3 mm |

* 8.1. Em qual das opções seguintes está representado, para a primeira semana, o gráfico de variação da temperatura máxima, relativamente ao dia anterior?



- * **8.2.** Associe a cada conjunto de dados apresentados na Coluna I (e registados na Tabela 4) as afirmações da Coluna II que lhe correspondem.

Cada um dos números, de 1 a 7, deve ser associado apenas a uma letra, e todos os números devem ser utilizados.

Escreva na folha de respostas cada uma das letras da Coluna I, seguida do(s) número(s) correspondente(s) da Coluna II.

| COLUNA I | COLUNA II |
|--|--|
| (a) Dados da temperatura mínima (b) Dados da temperatura máxima (c) Dados da precipitação acumulada diária | (1) O conjunto dos dados é o que apresenta média inferior à mediana. (2) O conjunto dos dados é o que apresenta o primeiro quartil igual à mediana. (3) Num par de dias consecutivos, são os únicos dados que apresentam um valor decrescente, enquanto os outros apresentam um valor crescente. (4) O conjunto dos dados é amodal. (5) O conjunto dos dados é o que apresenta menor dispersão em relação à média. (6) A amplitude dos dados é igual a 6. (7) A percentagem dos dados acima da sua média é inferior a 30%. |

- * **8.3.** Admita que, comparando a temperatura máxima registada no domingo, dia 7, com a temperatura máxima registada no domingo, dia 14; comparando a temperatura máxima registada na segunda-feira, dia 8, com a temperatura máxima registada na segunda-feira, dia 15, e assim sucessivamente, as mesmas diminuíram exatamente o mesmo valor em graus Celsius.

Considere que a média das temperaturas máximas registadas na freguesia de Avelares durante os catorze dias da Festa da Freguesia foi 25,5 °C.

Qual foi a descida, em graus Celsius, da temperatura máxima, comparando a temperatura máxima registada no domingo, dia 7, com a temperatura máxima registada no domingo, dia 14?

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.

9. Ao longo dos anos, tem-se registado uma elevada afluência à Festa da Freguesia.

Para estimar a proporção de visitantes que visitaram a Festa da Freguesia pela primeira vez em 2022, realizou-se um estudo.

Para esse estudo, recorreu-se a uma amostra aleatória de visitantes da festa, em 2022. A cada visitante foi perguntado se era a primeira vez que visitava a festa ou se já o fizera antes; a estes últimos, foi pedido que indicassem o número de anos distintos em que haviam visitado a festa (incluindo o ano em que o estudo se realizou).

No Gráfico 1, apresentam-se os resultados obtidos.

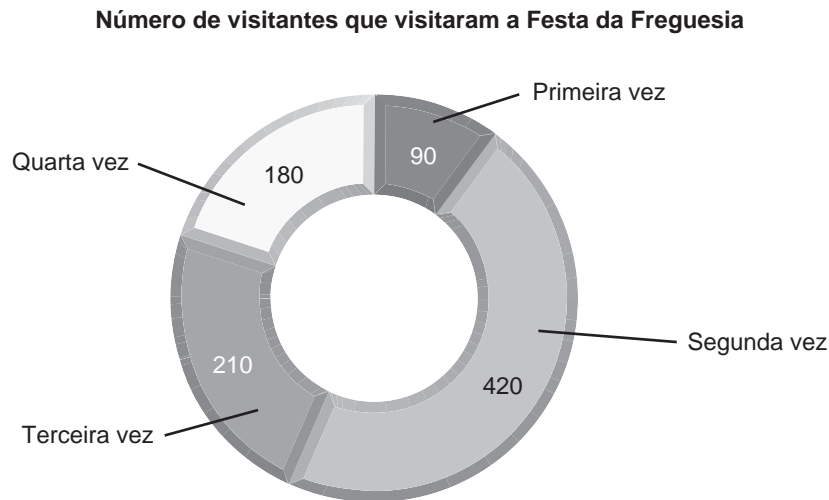


Gráfico 1

Determine o intervalo de confiança a 90% para a proporção de visitantes da Festa da Freguesia que a visitaram pela primeira vez em 2022.

Apresente os extremos do intervalo de confiança, com arredondamento às centésimas.

FIM

COTAÇÕES

| | | | | | | | | | | |
|--|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------------|-------------|-------------|-------------|-----------------|
| As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final. | 2.1. | 2.2. | 4. | 5.1. | 5.3. | 7. | 8.1. | 8.2. | 8.3. | Subtotal |
| Cotação (em pontos) | 14 | 20 | 14 | 14 | 18 | 18 | 14 | 14 | 20 | 146 |
| Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação. | 1. | 3. | 5.2. | 6. | 9. | Subtotal | | | | |
| Cotação (em pontos) | 3 x 18 pontos | | | | | | | | | 54 |
| TOTAL | | | | | | | | | | 200 |

Prova 835

1.^a Fase

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2023

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 22/2023, de 3 de abril

Critérios de Classificação

8 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

Nas respostas aos itens de seleção, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra ou do número correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Organização e Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

| Situação | Classificação |
|---|---|
| 1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação. | É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado. |
| 2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora»]. | A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos. |
| 3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações. | A resposta é classificada com zero pontos. |
| 4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa. | A etapa é pontuada com zero pontos. |
| 5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações. | Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam. |
| 6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item. | Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação. |
| 7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa. | Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |
| 8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |

| | |
|---|---|
| 9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa. | A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |
| 10. Resolução incompleta de uma etapa. | Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista. |
| 11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto. | É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. |
| 12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal]. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação. |
| 15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final. | A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista. |
| 17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado. | Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico. |

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. 18 pontos

Calcular o divisor padrão (7) 3 pontos

Calcular as quotas padrão (1 + 1 + 1) 3 pontos
[Zona Norte: 5,7; Zona Centro: 5; Zona Sul: 4,3]

Calcular $\sqrt{L(L+1)}$ (2 + 2) 4 pontos
[Zona Norte: 5,5; Zona Sul: 4,5]

Indicar a constituição da comissão (3 + 2 + 3) 8 pontos
[Zona Norte: 6 moradores; Zona Centro: 5 moradores; Zona Sul: 4 moradores]

2.1. 14 pontos

I → c) II → b) III → a) IV → b)

| Níveis | Descritores de desempenho | Pontuação |
|----------|--|-----------|
| 3 | Completa o texto com as 4 opções corretas. | 14 |
| 2 | Completa o texto com 3 opções corretas. | 10 |
| 1 | Completa o texto com 2 opções corretas. | 6 |

2.2. 20 pontos

Apresentar um grafo que modele a situação 14 pontos

Identificar os vértices, associando-os aos expositores e restaurante .. 2 pontos

Apresentar as arestas selecionadas pela aplicação do método descrito 12 pontos

Apresentar o percurso possível 3 pontos
[R1-P-O-M-L-N]

Calcular a distância percorrida pelo Rui (1354 m) 3 pontos

3. 18 pontos

Identificar o valor de SB (1500 €) 1 ponto

Calcular o valor de SR (114,40 €) 3 pontos

Calcular o valor de SS (165 €) 4 pontos

Calcular o valor de RF 8 pontos

Identificar a taxa de retenção na fonte (14,6%) 4 pontos

Obter o valor de RF (219 €) 4 pontos

Calcular o valor de SL (1230,40 €) 2 pontos

4. 14 pontos

I → b) II → b) III → c) IV → c)

| Níveis | Descritores de desempenho | Pontuação |
|--------|--|-----------|
| 3 | Completa o texto com as 4 opções corretas. | 14 |
| 2 | Completa o texto com 3 opções corretas. | 10 |
| 1 | Completa o texto com 2 opções corretas. | 6 |

5.1. 14 pontos

(B)

5.2. 18 pontos

Identificar o número de habitantes (5000) 3 pontos

Apresentar os gráficos (**ver nota**) 8 pontos

Representar graficamente a função A 4 pontos

Representar graficamente a reta $y = 5000$ 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos 2 pontos

Apresentar a abcissa do ponto relevante (1,88) 4 pontos

Reconhecer que a ampliação do centro de saúde ocorreu no decorrer do ano 1988 3 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em um ponto.

5.3. 18 pontos

Identificar $t = 0$ 1 ponto

Determinar $A(0)$ (1761) 3 pontos

Escrever $\frac{a}{1 + 4e^{-0,7 \times 0}} = 1761$ (ou equivalente) 5 pontos

Determinar o valor de a (8805) 3 pontos

Identificar $t = 5$ 3 pontos

Determinar $B(5)$ (7856) 3 pontos

6. 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

Considerem-se os acontecimentos seguintes:

A : «A rifa é verde»

B : «A rifa é premiada»

1.º Processo

- Calcular o número de rifas verdes premiadas (30) 4 pontos
- Calcular o número de rifas que não são verdes e são premiadas (30) 3 pontos
- Calcular o número de rifas que não são verdes (80) 3 pontos
- Calcular o número de rifas que não são verdes nem premiadas (50) 3 pontos
- Calcular $P(\bar{B}|\bar{A})$ (0,625) 5 pontos

2.º Processo

- Calcular $P(\bar{A})$ 3 pontos
- Calcular $P(A) \left(\frac{3}{5}\right)$ 2 pontos
- Obter $P(\bar{A}) \left(\frac{2}{5}\right)$ 1 ponto
- Calcular $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ 10 pontos
- Escrever $P(B|A) = \frac{1}{4}$ 1 ponto
- Calcular $P(A \cap B) \left(\frac{3}{20}\right)$ 4 pontos
- Reconhecer que $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{20}$ 3 pontos
- Obter $P(\bar{A} \cap \bar{B}) \left(\frac{1}{4}\right)$ 2 pontos
- Calcular $P(\bar{B}|\bar{A})$ (0,625) 5 pontos

7. 18 pontos

- Identificar, justificando, o valor de σ 8 pontos
- Reconhecer que $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$ (ou equivalente) 4 pontos
- Obter o valor de σ (4) 4 pontos
- Determinar $P(\mu - \sigma < X < \mu)$ (0,34135) 6 pontos
- Determinar o valor solicitado (529) 4 pontos

8.1. 14 pontos

(D)

8.2. 14 pontos

(a) → (2); (5) (b) → (1); (6) (c) → (3); (4); (7)

| Níveis | Descritores de desempenho | Pontuação |
|--------|---|-----------|
| 4 | Associa corretamente as 7 afirmações aos respetivos registos. | 14 |
| 3 | Associa corretamente 5 ou 6 afirmações aos respetivos registos. | 11 |
| 2 | Associa corretamente 3 ou 4 afirmações aos respetivos registos. | 8 |
| 1 | Associa corretamente 2 afirmações aos respetivos registos. | 5 |

Nota – Caso o aluno associe o mesmo número a mais do que um registo, ainda que uma das associações possa estar correta, esta não é considerada para efeitos de classificação.

8.3. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Calcular a soma das temperaturas máximas registadas na primeira semana (189) 5 pontos

Escrever $\frac{189 + (189 - 7x)}{14} = 25,5$ (ou equivalente) 9 pontos

Determinar o valor de x (3) 5 pontos

Concluir 1 ponto

[A temperatura máxima desceu 3 °C.]

2.º Processo

Calcular a média das temperaturas máximas registadas na primeira semana (27) 5 pontos

Escrever $\frac{27 + x}{2} = 25,5$ (ou equivalente) 9 pontos

Determinar o valor de x (24) 3 pontos

Concluir 3 pontos

[A temperatura máxima desceu 3 °C.]

9. **18 pontos**

Identificar os valores de n e z para um intervalo de confiança a 90% 3 pontos

$n = 900$ 2 pontos

$z = 1,645$ 1 ponto

Calcular o valor de \hat{p} (0,1) 5 pontos

Obter o intervalo solicitado ($]0,08; 0,12[$) 10 pontos

COTAÇÕES

| As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final. | 2.1. | 2.2. | 4. | 5.1. | 5.3. | 7. | 8.1. | 8.2. | 8.3. | Subtotal |
|--|---------------|------|------|------|------|-----------|------|------|------|------------|
| Cotação (em pontos) | 14 | 20 | 14 | 14 | 18 | 18 | 14 | 14 | 20 | 146 |
| Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação. | 1. | 3. | 5.2. | 6. | 9. | Subtotal | | | | |
| Cotação (em pontos) | 3 x 18 pontos | | | | | 54 | | | | |
| TOTAL | | | | | | | | | | 200 |