

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 2.^a Fase | Ensino Secundário | 2024

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

15 Páginas

A prova inclui 9 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 5 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de régua, compasso e calculadora gráfica.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nas respostas aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados.

Formulário

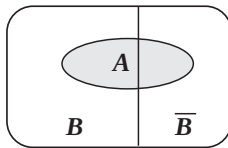
Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

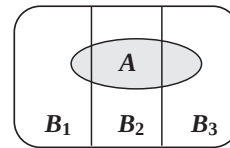
Modelos de probabilidade

Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ &= P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B | A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ &= P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B_k | A) &= \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B_k) \times P(A | B_k)}{P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)} \end{aligned}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3

Modelo normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável aleatória normal X , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$$\left[\bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

n – dimensão da amostra

$\bar{X}$ – média amostral

σ – desvio padrão da variável

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável aleatória X , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

n – dimensão da amostra

$\bar{X}$ – média amostral

s – desvio padrão amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

n – dimensão da amostra

$\hat{p}$ – proporção amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Sala de Fuga é um jogo em que uma equipa, fechada numa sala ou num conjunto de salas, tem de resolver desafios, num intervalo de tempo limitado, para o conseguir concluir. Para ter sucesso e resolver os desafios, é necessário recorrer a diversas competências e apelar ao raciocínio lógico e à intuição.

* 1. Uma equipa de 10 elementos vai participar num jogo de *Sala de Fuga*.

Voluntariaram-se para capitão da equipa três dos seus elementos, o Artur (A), o Bruno (B) e o César (C).

Para determinar o capitão, cada um dos 10 elementos da equipa vota, preenchendo um boletim de voto no qual ordena os três candidatos de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido com uma determinada ordenação corresponde a 1 voto.

Concluída a votação, aplica-se o método a seguir descrito.

- São atribuídos pontos a cada um dos candidatos, em função do seu lugar na ordem da lista de preferências. Cada candidato recebe:
 - cinco pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - um ponto por cada voto na terceira preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos candidatos, e o que obtiver mais pontos será o escolhido para capitão da equipa.
- Em caso de empate, o capitão será escolhido por sorteio.

A Tabela 1 apresenta as preferências resultantes da votação, sem contemplar o voto da Daniela, um dos elementos da equipa.

Tabela 1

N.º de votos Preferências				
	3	2	3	1
1. ^a	A	C	B	A
2. ^a	B	A	C	C
3. ^a	C	B	A	B

Depois de contabilizar o voto da Daniela, foi possível apurar que:

- não houve candidatos com o mesmo número de pontos;
- o Artur foi o escolhido para capitão da equipa;
- o César ficou em segundo lugar.

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

Antes de contabilizar o voto da Daniela, o candidato que estava em primeiro lugar tinha **I** pontos, e o candidato **II** estava em segundo lugar.

Depois de contabilizados os 10 votos, o candidato vencedor obteve **III** pontos.

Na lista de preferências da Daniela, o candidato **IV** estava na primeira preferência.

I	II	III	IV
a) 31	a) A	a) 32	a) A
b) 29	b) B	b) 34	b) B
c) 27	c) C	c) 36	c) C

- * 2. Numa escola secundária, estão inscritos 1254 alunos distribuídos pelos três cursos existentes: o curso de Ciências e Tecnologias (CT), o curso de Línguas e Humanidades (LH) e o curso de Ciências Socioeconómicas (SE). Decidiu-se que uma equipa formada por 10 elementos, escolhidos de entre os alunos inscritos na escola, iria participar num jogo de *Sala de Fuga*.

Na Tabela 2, está registado o número de alunos inscritos em cada curso.

Tabela 2

Curso	CT	LH	SE
Número de alunos	530	384	340

Para preencher as 10 vagas na equipa, usou-se o método a seguir descrito.

Passo 1: Determina-se a quota (Q)

$$Q = \frac{\text{Número total de alunos da escola}}{\text{Número total de vagas na equipa} + 1}$$

Passo 2: Divide-se o número de alunos inscritos em cada curso por Q .

Passo 3: Atribui-se a cada curso o número de vagas na equipa igual à parte inteira do respetivo quociente obtido no passo anterior.

Passo 4: Caso ainda falte preencher alguma vaga na equipa, procede-se do modo seguinte:

- divide-se o número de alunos inscritos em cada curso pela soma do número de vagas que já lhe foi atribuído com 1;
- atribui-se mais uma vaga na equipa ao curso a que corresponder o maior quociente, calculado no ponto anterior.

Repete-se este passo até que todas as vagas na equipa sejam preenchidas.

Determine quantos alunos de cada um dos cursos preencheram as vagas na equipa, de acordo com o método acima descrito.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.

3. O funcionamento de um jogo de *Sala de Fuga* acarreta diversas despesas, nomeadamente com a eletricidade.

Analisando uma fatura de eletricidade, é possível verificar que o valor a pagar resulta da soma de diversas parcelas. Umas dependem do consumo de eletricidade, medido em quilowatt-hora (kWh), ou do número de dias de consumo, ao passo que outras têm valor fixo.

Admita que o valor a pagar (V), em euros, resulta da aplicação da fórmula de cálculo seguinte:

$$V = C + \text{IEC} + \text{PC} + \text{AR} + \text{CA} + \text{TE}$$

Em que:

- C é o consumo, em euros, calculado em função do total de kWh consumidos;
- IEC é o imposto especial de consumo, em euros, calculado em função do total de kWh consumidos;
- PC é a potência contratada, em euros, calculada em função do número total de dias de consumo;
- AR é o acesso às redes, em euros, calculado em função do número total de dias de consumo;
- CA é a contribuição audiovisual, cujo valor final é 3,02 €;
- TE é a taxa de exploração, cujo valor final é 0,09 €.

Sobre algumas das parcelas incide ainda o imposto sobre o valor acrescentado (IVA).

Na Tabela 3, está registado o preço unitário dessas parcelas, sem a aplicação do IVA, e a taxa de IVA que lhes é aplicada, exceto a do consumo (C).

Tabela 3

	Preço (€) sem IVA	IVA (%)
C	0,1476 por kWh	
IEC	0,001 por kWh	23
PC	0,1263 por dia	23
AR	0,0299 por dia	6

Num período de 31 dias, em que foram consumidos 450 kWh, o valor a pagar (V) foi 79,87 €.

Qual é a taxa de IVA aplicada ao consumo (C)?

Apresente a sua resposta em percentagem, arredondada às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve quatro casas decimais.

- * 4. Numa das salas de um jogo de *Sala de Fuga*, estava exposto um conjunto de seis cartas, A, B, C, D, E e F, semelhante ao apresentado na Figura 1.

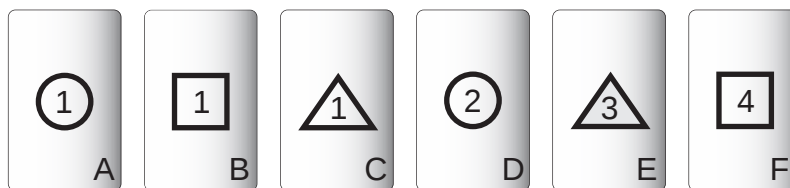


Figura 1

Nas cartas A e D está desenhado um círculo, nas cartas B e F, um quadrado, e nas cartas C e E, um triângulo. As cartas A, B e C estão numeradas com o algarismo 1, a carta D com o 2, a carta E com o 3 e a carta F com o 4.

Junto às cartas, estava um pergaminho com o desafio seguinte.

Descobre a carta desaparecida

O conjunto tinha inicialmente sete cartas, não existindo duas cartas com figuras geométricas iguais numeradas com o mesmo algarismo.

A sétima carta desapareceu...

As sete cartas, as seis apresentadas mais a carta desaparecida, podem ser empilhadas umas sobre as outras, sendo que a carta seguinte terá de ter a mesma figura geométrica ou o mesmo algarismo que a anterior.

A carta desaparecida tem um quadrado numerado com um algarismo já utilizado numa das restantes cartas.

Qual é o algarismo presente na sétima carta, no empilhamento em que as três primeiras cartas são a D, a A e a B, por esta ordem?

A equipa do Filipe verificou que, por exemplo, a carta B poderia ser colocada sobre a carta F, porque ambas têm desenhado um quadrado, ou então a carta C poderia ser colocada sobre a carta A, porque ambas têm o algarismo 1.

Para agilizar a resolução do desafio, a equipa decidiu construir um grafo. Nesse grafo, a letra de cada carta correspondia a um vértice, e as arestas representavam a possibilidade de uma carta ser empilhada sobre outra.

O algarismo presente na sétima carta (carta G) poderá ser o 3?

Na sua resposta, apresente:

- um grafo semelhante ao que a equipa terá construído, sem incluir a carta G;
- um possível empilhamento das sete cartas, A, B, C, D, E, F e G.

5. Uma empresa especializada em jogos de *Sala de Fuga* desenvolveu uma aplicação que permite participar num jogo de *Sala de Fuga online*.

De 1 de janeiro de 2016 até 31 de dezembro de 2019, o número aproximado de utilizadores da aplicação, em centenas, é dado pela expressão

$$N(t) = 9,4 - 2,01 \log_{10}(t + 1),$$

em que t representa o número de meses após o dia 1 de janeiro de 2016.

A partir de 1 de janeiro de 2020, o número aproximado de utilizadores da aplicação, em centenas, passa a ser dado pela expressão

$$P(t) = \frac{30}{1 + 4e^{-0,2t}},$$

em que t representa o número de meses após o dia 1 de janeiro de 2020.

- * 5.1. O modelo P permite estimar para que valor tende o número de utilizadores da aplicação com o passar do tempo.

Qual é esse valor?

- (A) 300
- (B) 600
- (C) 3000
- (D) 6000

- 5.2. Mostre que, no decorrer do ano de 2021, houve um momento em que o número de utilizadores da aplicação atingiu o triplo do que existia a 1 de fevereiro de 2016.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

- o(s) gráfico(s) visualizado(s);
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) relevante(s), com arredondamento às centésimas.

- * 5.3. No primeiro dia de alguns meses, o número de utilizadores da aplicação foi superior a 700 e inferior a 900.

Em quantos meses tal sucedeu?

- (A) 14
- (B) 16
- (C) 18
- (D) 20

6. Num determinado jogo de *Sala de Fuga*, registou-se, mensalmente, o número de equipas que nele participaram e, destas, quantas o concluíram e quantas não o concluíram.

6.1. Na Figura 2, estão organizados os dados recolhidos, referentes a cinco meses.

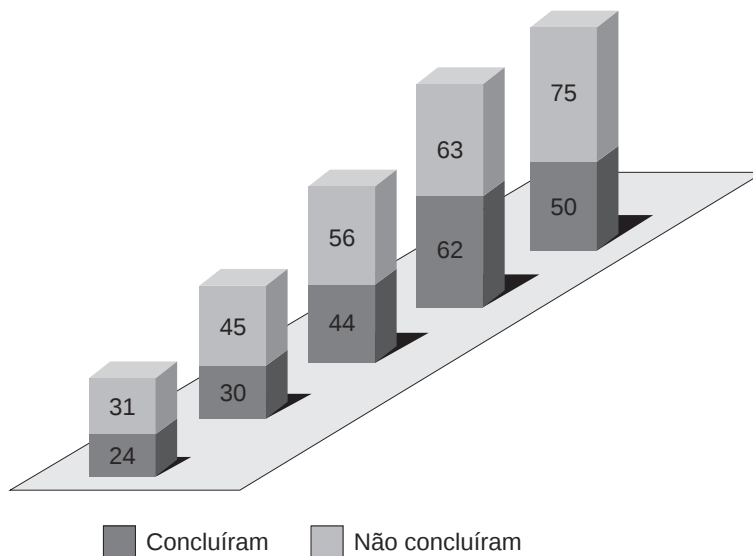


Figura 2

Admita que a relação entre as variáveis «número de equipas que participaram neste jogo de *Sala de Fuga*» (x), num determinado mês, e «número de equipas que concluíram o jogo de *Sala de Fuga*» (y), nesse mesmo mês, é bem aproximada por uma regressão linear, na forma $y = ax + b$, com os valores de a e de b estimados com base nos dados apresentados na Figura 2.

Num outro mês, participaram neste jogo de *Sala de Fuga* 80 equipas.

Estime o número de equipas que o concluiu nesse mês, com base no modelo de regressão linear.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Na sua resposta, apresente:

- as listas que introduziu na calculadora;
- a equação da reta de regressão, com os valores de a e de b arredondados com três casas decimais.

- * 6.2. Na Figura 3, são apresentados os dados referentes à idade, em anos, organizada nas classes $[18, 28[$, $[28, 38[$, $[38, 48[$, dos capitães das equipas que participaram no jogo de *Sala de Fuga* num determinado mês, divididos em função do facto de a sua equipa ter concluído, ou não, o jogo de *Sala de Fuga*.

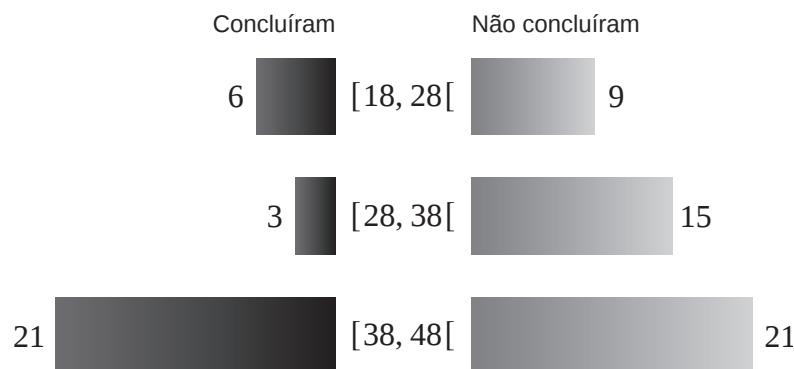


Figura 3

Associe a cada classe, apresentada na Coluna I, as afirmações da Coluna II que lhe correspondem.

Cada um dos números, de 1 a 7, deve ser associado apenas a uma letra, e todos os números devem ser utilizados.

Escreva na folha de respostas cada uma das letras da Coluna I, seguida do(s) número(s) correspondente(s) da Coluna II.

COLUNA I	COLUNA II
(a) $[18, 28[$	(1) Das equipas que concluíram o jogo de <i>Sala de Fuga</i> , o número de capitães cuja idade pertence a esta classe é o menor.
(b) $[28, 38[$	(2) 56% dos capitães de equipa têm idade pertencente a esta classe.
(c) $[38, 48[$	(3) A quinta parte dos capitães das equipas que não concluíram o jogo de <i>Sala de Fuga</i> tem idade pertencente a esta classe.
	(4) É a classe em que é maior a diferença entre o número de capitães das equipas que concluíram o jogo de <i>Sala de Fuga</i> e o número de capitães das equipas que não o concluíram.
	(5) Considerando a totalidade dos capitães das equipas, é a classe modal das suas idades.
	(6) Considerando a totalidade dos capitães das equipas, é a classe mediana das suas idades.
	(7) O primeiro quartil das idades dos capitães das equipas que não concluíram o jogo de <i>Sala de Fuga</i> pertence a esta classe.

7. Junto das equipas que concluíram o desafio de um jogo de *Sala de Fuga*, foi realizado um estudo estatístico relativo ao tempo, em minutos, que as mesmas demoraram para o concluir.

Na Tabela 4, estão parcialmente registados os dados recolhidos.

Tabela 4

Tempo (em minutos)	Número de equipas	Frequência relativa simples (%)	Frequência relativa acumulada (%)
$]0, 10]$	x		12,5
$]10, 20]$		y	52,5
$]20, 30]$			60
$]30, 40]$	12		70
$]40, 50]$			z
$]50, 60]$		7,5	100

- * 7.1. Complete o texto seguinte, seleccionando a opção correta para cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, seleccionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

A variável estatística em estudo é uma variável **I** .

De acordo com a informação disponível na Tabela 4, o valor de y é **II** , o valor de z é **III** , e o valor de x é **IV** .

I	II	III	IV
a) qualitativa	a) 20	a) 80	a) 15
b) quantitativa discreta	b) 30	b) 92,5	b) 17
c) quantitativa contínua	c) 40	c) 97,5	c) 18

- 7.2. Certo dia, a Joana, uma das funcionárias do jogo de *Sala de Fuga*, tirou uma fotografia a cada uma das equipas que concluiu o desafio num tempo, em minutos, pertencente ao intervalo $]30, 40]$.

Admita que, das equipas fotografadas pela Joana, 25% concluíram o desafio num tempo superior a 35 minutos.

A Joana organizou as fotografias num álbum, colando, ao acaso, uma fotografia em cada página.

Qual é a probabilidade de apenas uma das duas fotografias colocadas nas duas primeiras páginas do álbum ser de uma equipa que terminou o desafio num tempo, em minutos, pertencente ao intervalo $]35, 40]$?

Apresente o resultado na forma de dízima, com arredondamento às centésimas.

*** 8.** Dos capitães das equipas que, em 2023, participaram num jogo de *Sala de Fuga*, verificou-se que:

- a quarta parte participava pela primeira vez;
- 48% não participavam pela primeira vez e pertenciam a equipas que concluíram o desafio;
- 56% dos que participavam pela primeira vez pertenciam a equipas que concluíram o desafio.

Complete o texto seguinte, seleccionando a opção correta para cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, seleccionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

Escolheu-se, ao acaso, um capitão de uma equipa que, em 2023, participou num jogo de *Sala de Fuga*.

A probabilidade de esse capitão já ter participado anteriormente num jogo de *Sala de Fuga* era **I** .

A percentagem de capitães que participava pela primeira vez num jogo de *Sala de Fuga* e cujas equipas concluíram o desafio foi **II** .

A probabilidade de o capitão pertencer a uma equipa que concluiu o desafio, sabendo-se que não participava pela primeira vez num jogo de *Sala de Fuga*, era **III** .

Conseguiram concluir o desafio **IV** das equipas destes capitães.

I	II	III	IV
a) 0,25	a) 8%	a) 0,36	a) 62%
b) 0,4	b) 14%	b) 0,48	b) 75%
c) 0,75	c) 31%	c) 0,64	c) 91%

9. Durante um determinado período de tempo, realizou-se uma campanha publicitária para divulgar quatro jogos de *Sala de Fuga*, A, B, C e D.

Após a campanha, com o intuito de saber qual era o preferido, foi selecionado, ao acaso, um conjunto de 900 pessoas de entre as que manifestaram intenção de participar num dos jogos de *Sala de Fuga* divulgados na campanha publicitária. Questionadas sobre o jogo de *Sala de Fuga* preferido, cada uma destas pessoas indicou A, B, C ou D.

Na Tabela 5, estão registadas as respostas obtidas.

Tabela 5

	A	B	C	D
Número de pessoas	200	250	324	126

- * 9.1. Escolheu-se, ao acaso, uma das pessoas questionadas.

Qual é a probabilidade de a pessoa escolhida ter preferido o jogo de *Sala de Fuga* A, sabendo-se que não indicou nem o C nem o D?

(A) $\frac{4}{9}$

(B) $\frac{5}{9}$

(C) $\frac{1}{5}$

(D) $\frac{4}{5}$

- 9.2. A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção populacional relativa às pessoas que preferem o jogo de *Sala de Fuga* C, face ao número total de pessoas que têm intenção de participar num dos jogos de *Sala de Fuga* divulgados na campanha publicitária, é 0,06272.

Identifique o nível de confiança desse intervalo.

Na sua resposta, apresente o valor da proporção amostral.

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.	4.	5.1.	5.3.	6.2.	7.1.	8.	9.1.	Subtotal
Cotação (em pontos)	15	19	19	15	15	15	15	15	15	143
Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	3.	5.2.		6.1.		7.2.		9.2.		Subtotal
Cotação (em pontos)	3 x 19 pontos									57
TOTAL										200

Prova 835

2.^a Fase

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2024

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Critérios de Classificação

8 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

Nas respostas aos itens de seleção, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra ou do número correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas a classificação, a atribuir à resposta, resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de classificação definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).

10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. 15 pontos

I → b) II → b) III → a) IV → c)

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	15
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	11
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	7

2. 19 pontos

Calcular Q (114) 2 pontos

Calcular os quocientes para a distribuição do número de vagas de cada curso na equipa (2 + 2 + 2) 6 pontos
[Curso CT – 4,65; Curso LH – 3,37; Curso SE – 2,98]

Calcular a atribuição provisória a cada curso do número de vagas na equipa 2 pontos
[Curso CT – 4; Curso LH – 3; Curso SE – 2]

Calcular os quocientes para a atribuição da vaga a preencher (2 + 2 + 2) 6 pontos
[Curso CT – 106; Curso LH – 96; Curso SE – 113,33]

Calcular a atribuição final do número de vagas na equipa pelos três cursos 3 pontos
[Curso CT – 4; Curso LH – 3; Curso SE – 3]

3. 19 pontos

Calcular o valor de C sem IVA (66,42 €) 2 pontos

Calcular o valor de IEC com IVA (0,5535 €) 3 pontos

Calcular o valor de PC com IVA (4,8158 €) 3 pontos

Calcular o valor de AR com IVA (0,9825 €) 3 pontos

Calcular o valor de IEC + PC + AR + CA + TE com IVA (9,4618 €) 1 ponto

Escrever $9,4618 + 66,42x = 79,87$ (ou equivalente) 3 pontos

Determinar o valor de x (1,06) 2 pontos

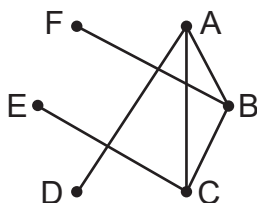
Concluir 2 pontos
[A taxa de IVA aplicada ao consumo (C) é 6%.]

4. 19 pontos

Apresentar um grafo semelhante ao que a equipa do Filipe terá construído

(ver nota) 12 pontos

Por exemplo:



Concluir que é possível que o algoritmo presente na carta G seja o 3 3 pontos

Apresentar um possível empilhamento das sete cartas 4 pontos

[D – A – B – F – G – E – C ou D – A – B – C – E – G – F]

Nota – A cada vértice cujas incidências das arestas estejam corretas deverão ser atribuídos 2 pontos.

5.1. 15 pontos

(C)

5.2. 19 pontos

Identificar $t = 1$ 1 ponto

Determinar $N(1)$ (8,795) 3 pontos

Determinar $3N(1)$ (26,385) 2 pontos

Apresentar os gráficos (ver nota) 7 pontos

Representar graficamente a função P 4 pontos

Representar graficamente a reta $y = 26,385$ 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos 1 ponto

Apresentar a abcissa do ponto relevante (16,87) 3 pontos

Reconhecer que o triplo de utilizadores que existia a 1 de fevereiro de 2016 foi atingido no decorrer do ano de 2021 3 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em um ponto.

5.3. 15 pontos

(B)

6.1. 19 pontos

Apresentar as listas introduzidas na calculadora 8 pontos

Apresentar os valores da variável «número de equipas que participaram neste jogo» 5 pontos
[(55, 75, 100, 125, 125)]

Apresentar os valores da variável «número de equipas que concluíram o jogo» 3 pontos
[(24, 30, 44, 62, 50)]

Apresentar a equação da reta de regressão ($y = 0,474x - 3,487$) 5 pontos

Identificar x com 80 3 pontos

Estimar o número de equipas que concluiu o jogo (34) 3 pontos

6.2. 15 pontos

(a) – (3); (b) – (1), (4), (7); (c) – (2), (5), (6).

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
4	Associa corretamente as 7 afirmações às respetivas classes.	15
3	Associa corretamente 5 ou 6 afirmações às respetivas classes.	11
2	Associa corretamente 3 ou 4 afirmações às respetivas classes.	7
1	Associa corretamente 2 afirmações às respetivas classes.	3

Nota: Caso o aluno associe o mesmo número a mais do que uma classe, ainda que uma das associações possa estar correta, esta não é considerada para efeitos de classificação.

7.1. 15 pontos

I → c) II → c) III → b) IV → a)

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	15
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	11
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	7

7.2. 19 pontos

Calcular o número de equipas que concluíram o desafio em $]35, 40]$ (3) 3 pontos

Calcular o número de casos possíveis (12×11) 3 pontos

Calcular o número de casos favoráveis $(3 \times 9 \times 2)$ $(3 + 3 + 3)$ 9 pontos

Apresentar uma expressão que permite calcular o valor da probabilidade

$\left(\frac{3 \times 9 \times 2}{12 \times 11}\right)$ 3 pontos

Obter o valor da probabilidade (0,41) 1 ponto

8. 15 pontos

I → c) II → b) III → c) IV → a)

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	15
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	11
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	7

9.1. 15 pontos

(A)

9.2. 19 pontos

Identificar o valor de n (900) 2 pontos

Determinar o valor de $\hat{p}$ (0,36) 4 pontos

Escrever $0,06272 = 2z\sqrt{\frac{0,36(1-0,36)}{900}}$ (ou equivalente) 6 pontos

Obter o valor de z (1,96) 5 pontos

Identificar o nível de confiança do intervalo (95%) 2 pontos

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.	4.	5.1.	5.3.	6.2.	7.1.	8.	9.1.	Subtotal
Cotação (em pontos)	15	19	19	15	15	15	15	15	15	143
Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	3.	5.2.	6.1.	7.2.	9.2.	Subtotal				
Cotação (em pontos)	3 x 19 pontos									57
TOTAL										200