

Exame Final Nacional de Matemática B
Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2024

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

13 Páginas

A prova inclui 9 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 5 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, apenas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nas respostas aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados, como:

- os gráficos obtidos, em referencial cartesiano, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r}{180}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$

Sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r^2}{360}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4 \pi r^2$ (r – raio)

Área lateral de um cilindro reto: $2 \pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ (r – raio)

Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n) :

• **Progressão aritmética:** $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

• **Progressão geométrica:** $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Probabilidades e Estatística

Se X é uma variável aleatória discreta de valores x_i com probabilidade p_i , então:

• **Valor médio de X :**

$$\mu = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$$

• **Desvio padrão de X :**

$$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n (x_n - \mu)^2}$$

Se X é uma variável aleatória normal de valor médio μ e desvio padrão σ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

* 1. Considere o seguinte problema de programação linear.

«Uma empresa pretende colocar no mercado dois tipos de molho agridoce: A e B.

A produção de uma embalagem do molho A necessita de 2 litros de mel, de 1 litro de vinagre e de 1 litro de molho de soja.

A produção de uma embalagem do molho B necessita de 1 litro de mel, de 2 litros de vinagre e de 1 litro de molho de soja.

Para a produção destes molhos, a empresa dispõe de 24 litros de mel e de 24 litros de vinagre. Devem ser utilizados na produção dos dois tipos de molhos, pelo menos, 14 litros de molho de soja.»

Seja x o número de embalagens do molho A e seja y o número de embalagens do molho B a produzir pela empresa.

Complete o sistema de restrições deste problema de programação linear, seleccionando, para cada espaço (I, II e III), o sinal correto ($<$, \leq , $=$, \geq , $>$).

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, I, II e III, seguido do sinal seleccionado.

$$\begin{cases} 2x + y \text{ \underline{I} } 24 \\ x + 2y \text{ \underline{II} } 24 \\ x + y \text{ \underline{III} } 14 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- * 2. A vespa-asiática, nativa do sudeste asiático, é considerada uma espécie invasora no continente europeu e tem sido amplamente referida como uma predadora eficaz da abelha-do-mel e de outros polinizadores.

Considere que, no início do dia 1 de janeiro de 2017, a presença desta espécie foi detetada, pela primeira vez, numa região com $57\,000\text{ km}^2$ de área.

A percentagem, P , desta área, afetada pela presença da vespa-asiática, x anos após o dia 1 de janeiro de 2017, é bem modelada por

$$P(x) = \frac{86,8}{1 + 9,85e^{-0,5x}}, \text{ com } x \geq 0$$

Complete o texto, de acordo com o modelo apresentado, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II** e **III**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada.

«A percentagem daquela área, afetada pela presença da vespa-asiática, no início do dia 1 de janeiro de 2017, era de _____ **I** _____ e, com o passar do tempo, a área afetada tende para _____ **II** _____.

No dia 1 de janeiro de 2024, a percentagem daquela área, afetada pela presença da vespa-asiática, era _____ **III** _____ a 50% .»

| I | II | III |
|-----------------|---------------------------------|--------------------|
| a) 8% | a) $86,8\text{ km}^2$ | a) igual |
| b) 12,4% | b) $46\,170\text{ km}^2$ | b) superior |
| c) 86,8% | c) $49\,476\text{ km}^2$ | c) inferior |

3. Admita que uma abelha executa um voo perto da sua colmeia.

Seja d a função que dá a distância, em metros, entre a posição da abelha e uma entrada da sua colmeia, t segundos após o início do voo.

Seja V a função que dá a taxa de variação instantânea da função d , para cada instante t .

Interprete, no contexto descrito, o significado de $V(4) = -0,5$.

- * 4. A tabela seguinte foi elaborada com base em dados recolhidos no portal do Instituto Nacional de Estatística e apresenta o número de colmeias e cortiços povoados em Portugal, em milhares, e a respetiva produção de mel, em toneladas, para alguns anos, entre 1989 e 2009.

| Ano | N.º de colmeias e cortiços povoados (em milhares) | Produção de mel (em toneladas) |
|------|---|--------------------------------|
| 1989 | 366 | 3280 |
| 1993 | 295 | 4196 |
| 1995 | 244 | 3600 |
| 1997 | 239 | 3690 |
| 1999 | 285 | 4465 |
| 2003 | 228 | 7310 |
| 2005 | 188 | 5686 |
| 2007 | 164 | 6908 |
| 2009 | 196 | 6919 |

Com base nos dados da tabela, obteve-se um modelo de regressão linear, de y sobre x , em que x representa o número de colmeias e cortiços povoados, em milhares, e y representa a produção de mel, em toneladas.

Considere a seguinte afirmação:

«No ano de 2016, foram contabilizados 179 milhares de colmeias e cortiços povoados, e a produção de mel atingiu 14 246 toneladas, pelo que o valor da produção de mel foi cerca de **2,2 vezes maior** do que o valor estimado pelo modelo de regressão linear.»

Justifique que esta afirmação é verdadeira.

Na sua resposta, apresente os valores dos parâmetros da equação da reta de regressão linear de y sobre x , arredondados às centésimas.

5. Na Figura 1, apresenta-se uma fotografia de um alojamento, destinado a acomodar participantes em festivais, cuja forma sugere os favos de uma colmeia.



Figura 1

A estrutura deste alojamento é constituída por seis módulos iguais para dormidas e dois módulos iguais para arrumos.

No esquema da Figura 2, que não está à escala, está representado o sólido geométrico referente à estrutura do alojamento, constituído por seis prismas hexagonais regulares retos e dois prismas quadrangulares retos, justapostos, com a mesma altura, estando as bases sombreadas contidas num mesmo plano vertical. As bases dos prismas quadrangulares retos são trapézios isósceles.

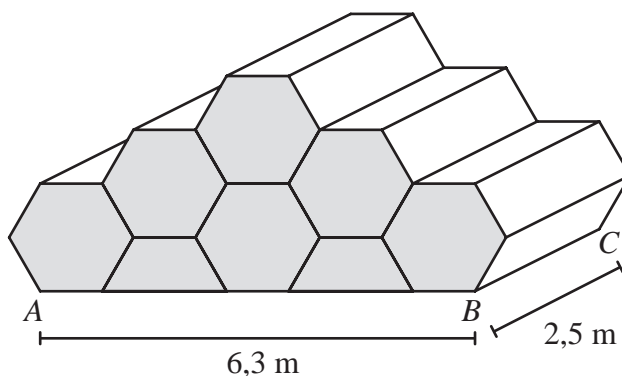


Figura 2

Sabe-se que:

- A , B e C são vértices de prismas da estrutura;
- $\overline{AB} = 6,3 \text{ m}$ e $\overline{BC} = 2,5 \text{ m}$.

Note que a base maior dos trapézios isósceles é o dobro da sua base menor.

5.1. Determine o volume do sólido representado na Figura 2.

Apresente o resultado em metros cúbicos, arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

* 5.2. Num dos prismas hexagonais representados na Figura 2, fixou-se um referencial ortogonal e monométrico, $Oxyz$, como se representa na Figura 3.

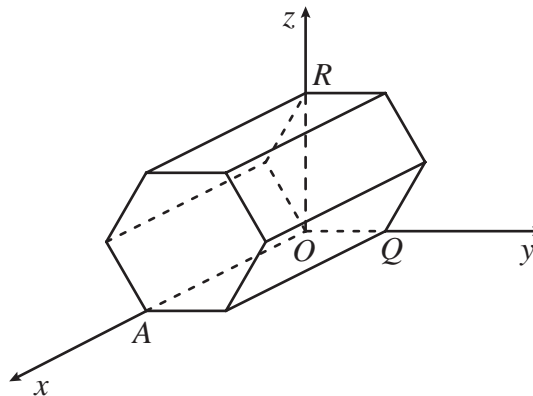


Figura 3

No referencial, a unidade é o metro, e o ponto O é um vértice do prisma.

Os pontos A , Q e R são vértices do prisma e pertencem, respetivamente, aos semieixos positivos Ox , Oy e Oz .

Qual das seguintes equações define um plano que decompõe o prisma em dois sólidos geometricamente iguais?

(A) $x = 2,5$

(B) $y = 2,5$

(C) $x = 1,25$

(D) $y = 1,25$

6. Uma dada empresa dedica-se à produção e à comercialização de água-mel, sendo esta comercializada em frascos de vidro.

* 6.1. Considere a variável aleatória «quantidade de água-mel, em ml, de um frasco comercializado». Admita que esta variável aleatória segue, aproximadamente, uma distribuição normal de valor médio 300 ml.

Sabe-se que 90% dos frascos comercializados têm entre 295 ml e 305 ml de água-mel.

Tira-se, ao acaso, um dos frascos comercializados.

Qual é a probabilidade de esse frasco ter menos do que 295 ml de água-mel?

(A) 0,05

(B) 0,10

(C) 0,30

(D) 0,45

* 6.2. Os frascos em que a empresa comercializa a água-mel têm a forma de um prisma hexagonal regular reto. A Figura 4 é uma fotografia de um desses frascos.

No processo de enchimento dos frascos, estes são assentes, numa das suas faces retangulares, em cima de uma superfície plana horizontal.

Num certo instante inicial, um desses frascos contém alguma quantidade de água-mel, como se ilustra na Figura 5.



Figura 4

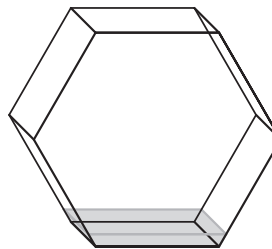


Figura 5

À medida que se enche o frasco, a superfície de água-mel tem sempre a forma de um retângulo, mas a sua área vai variando, como se representa na Figura 6.

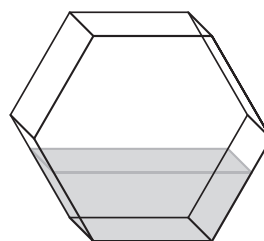
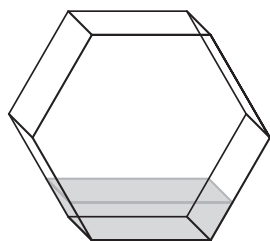


Figura 6

Admita que a quantidade, por segundo, de água-mel colocada no frasco é constante.

Relativamente ao intervalo de tempo em que decorreu o enchimento do frasco, seja f a função que faz corresponder o tempo, t , em segundos, decorrido desde o instante inicial, à área da superfície de água-mel no frasco.

Na Figura 7, estão representados dois gráficos, A e B, em referencial cartesiano ortogonal.

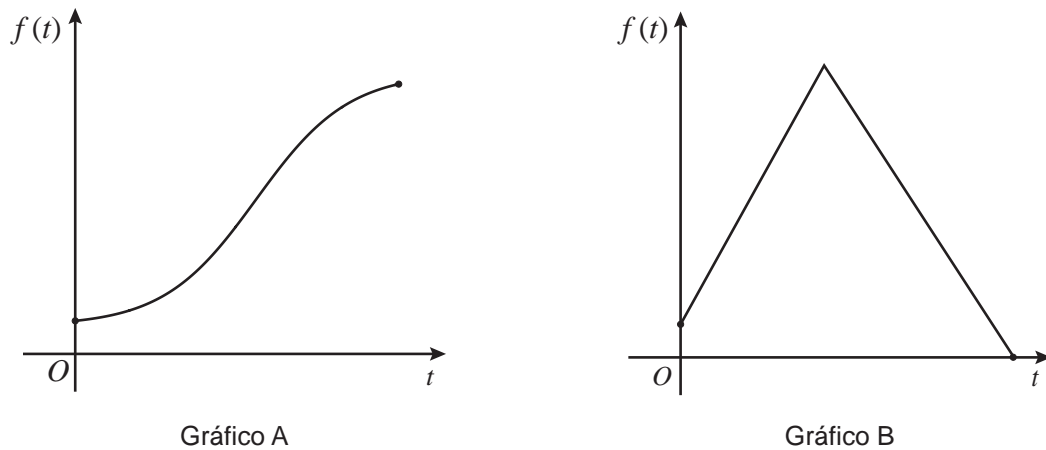


Figura 7

Justifique que nem o gráfico A nem o gráfico B podem representar a função f .

Apresente uma razão para cada um dos gráficos.

7. Duas transportadoras de mercadorias, A e B, operam com os tarifários seguintes:

| | Transportadora A | Transportadora B |
|----------------|------------------|------------------|
| Valor fixo | 9,50 €/ serviço | 5 €/ serviço |
| Valor variável | 0,60 €/ km | 0,85 €/ km |

O preço a pagar pelo serviço de transporte engloba um valor fixo, por cada serviço, e um valor variável, em função da extensão do percurso entre o ponto de recolha e o ponto de entrega.

* 7.1. Em qual das transportadoras é menor o preço a pagar se a extensão do percurso for de 10 km ?

Mostre como chegou à sua resposta.

7.2. A empresa produtora de mel pretende contratar uma destas transportadoras para levar o seu produto, do armazém a uma feira.

De acordo com os tarifários apresentados para o mesmo percurso, a empresa verificou, corretamente, que o preço a pagar pelo serviço em ambas as transportadoras é igual.

Qual é a extensão, em km, do percurso entre o armazém da empresa e a feira?

Mostre como chegou à sua resposta.

8. Considere uma espiral constituída por 100 semicircunferências de diâmetros 1, 2, 3, 4, 5, e assim sucessivamente, tendo cada semicircunferência, a partir da segunda, mais 1 unidade de diâmetro do que a semicircunferência anterior, como se representa na Figura 8.

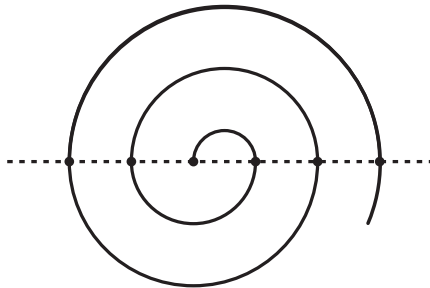


Figura 8

Considere a sequência crescente dos comprimentos das semicircunferências.

Os termos desta sequência são termos consecutivos de uma progressão aritmética.

Note que o comprimento de uma semicircunferência é igual a metade do perímetro de um círculo com o mesmo raio.

* 8.1. Mostre que a razão dessa progressão aritmética é $\frac{\pi}{2}$.

8.2. Mostre que o comprimento total da espiral constituída pelas 100 semicircunferências é 2525π .

9. A Figura 9 é uma fotografia de um toldo que tem um dispositivo de suporte constituído por dois braços articulados que sustentam a lona, à medida que esta é enrolada ou desenrolada por meio de uma manivela.

Na Figura 10, está representado o dispositivo de suporte do toldo, em que a reta CD representa a parte fixa da estrutura numa parede.



Figura 9

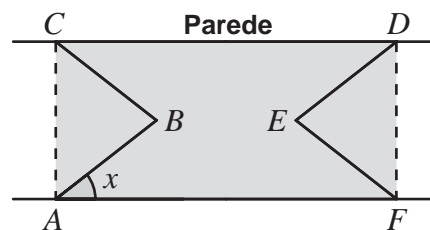


Figura 10

Sabe-se que:

- $[AFDC]$ é um retângulo;
- $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{DE} = \overline{EF} = 1,5 \text{ m}$;
- $\widehat{FAB} = x$, em graus, com $x \in [0, 90]$.

9.1. Mostre que \overline{AC} , em metros, é dado por $3 \text{ sen } x$.

* 9.2. Admita que, a cada 5 voltas completas da manivela no mesmo sentido, a amplitude x aumenta 6° .

Num determinado instante, o toldo encontrava-se parcialmente aberto e, após 25 voltas completas da manivela, no mesmo sentido, \overline{AC} aumentou 1 m .

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, a medida \overline{AC} , em metros, antes de se rodar a manivela.

Apresente o valor pedido, arredondado às centésimas.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Note que $\overline{AC} = 3 \text{ sen } x$, em metros.

FIM

COTAÇÕES

| As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final. | 1. | 2. | 4. | 5.2. | 6.1. | 6.2. | 7.1. | 8.1. | 9.2. | Subtotal |
|--|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|
| Cotação (em pontos) | 14 | 14 | 18 | 14 | 14 | 18 | 18 | 18 | 18 | 146 |
| Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação. | 3. | 5.1. | 7.2. | 8.2. | 9.1. | | | | | Subtotal |
| Cotação (em pontos) | 3 x 18 pontos | | | | | | | | | 54 |
| TOTAL | | | | | | | | | | 200 |

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 735

1.^a Fase

Exame Final Nacional de Matemática B Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2024

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Critérios de Classificação

8 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

Nas respostas aos itens de seleção, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra ou do número correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de classificação definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização, nomeadamente, a representação, em referencial cartesiano, do(s) gráfico(s) visualizado(s).

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

| Situação | Classificação |
|---|---|
| 1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação. | É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado. |
| 2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»]. | A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos. |
| 3. Apresentação apenas do resultado final. | A resposta é classificada com zero pontos. |
| 4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa. | A etapa é pontuada com zero pontos. |
| 5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações. | Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam. |
| 6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item. | Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação. |
| 7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa. | Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |

| | |
|---|--|
| 8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |
| 9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa. | A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota). |
| 10. Resolução incompleta de uma etapa. | Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista (ver nota). |
| 11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto. | É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. |
| 12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros]. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 14. Utilização de valores aproximados numa etapa, quando deveriam ter sido usados valores exatos. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação. |
| 15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado. | É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final. |
| 16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final. | A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista. |
| 17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado. | Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. |
| 18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal. | É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada. |

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. 14 pontos

I) \leq II) \leq III) \geq

Este item deve ser classificado de acordo com os níveis de desempenho seguintes.

| Nível | Descritor de desempenho | Pontuação |
|-------|---|-----------|
| 3 | Completa o sistema de restrições com os três sinais corretos. | 14 |
| 2 | Completa o sistema de restrições apenas com dois sinais corretos. | 10 |
| 1 | Completa o sistema de restrições apenas com um sinal correto. | 5 |

2. 14 pontos

I \rightarrow a) II \rightarrow c) III \rightarrow b)

Este item deve ser classificado de acordo com os níveis de desempenho seguintes.

| Nível | Descritor de desempenho | Pontuação |
|-------|---|-----------|
| 3 | Completa o texto com as três opções corretas. | 14 |
| 2 | Completa o texto apenas com duas opções corretas. | 10 |
| 1 | Completa o texto apenas com uma opção correta. | 5 |

3. 18 pontos

Associar 4 ao instante em que decorreram 4 segundos desde o início do voo da abelha 6 pontos

Referir que a distância da posição da abelha àquela entrada da colmeia estava a diminuir 6 pontos

Referir que 0,5 corresponde a uma taxa de variação instantânea de 0,5 m/s (ou equivalente) 6 pontos

Exemplos de resposta:

– «4 segundos após o início do voo, a distância da abelha à entrada da colmeia estava a diminuir à taxa de 0,5 m/s .»

– «4 segundos após o início do voo, a abelha está a aproximar-se da entrada da colmeia à velocidade de 0,5 m/s .»

4. **18 pontos**

- Identificar as listas introduzidas na calculadora (por exemplo, "lista 1: colmeias e cortiços; lista 2: produção de mel") 1 ponto
- Apresentar os parâmetros da equação da reta de regressão (-18,78 e 9718,29) (3 + 3) 6 pontos
- Identificar x com 179 4 pontos
- Obter o valor estimado pelo modelo de regressão linear 3 pontos
- Concluir que a afirmação é verdadeira 4 pontos

5.1. **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

- Reconhecer que o volume do sólido é $7 \times V$, sendo V o volume de um prisma hexagonal regular 6 pontos
- Obter o lado do hexágono regular (0,9) 3 pontos
- Determinar o apótema do hexágono regular (0,7794...) 3 pontos
- Determinar a área do hexágono regular 3 pontos
- Obter V 2 pontos
- Obter o valor pedido (37 m^3) 1 ponto

2.º Processo

- Reconhecer que o volume do sólido é $14 \times V$, sendo V o volume de um prisma quadrangular 6 pontos
- Obter o lado do hexágono regular (0,9) 3 pontos
- Determinar a altura do trapézio (0,7794...) 3 pontos
- Determinar a área do trapézio 3 pontos
- Obter V 2 pontos
- Obter o valor pedido (37 m^3) 1 ponto

3.º Processo

| | |
|--|----------|
| Reconhecer que o volume do sólido é $6 \times V_1 + 2 \times V_2$, sendo V_1 o volume de um prisma hexagonal regular e V_2 o volume de um prisma quadrangular | 4 pontos |
| Obter o lado do hexágono regular (0,9) | 3 pontos |
| Determinar o apótema do hexágono regular ou a altura do trapézio (0,7794...) | 3 pontos |
| Determinar a área do hexágono regular | 2 pontos |
| Obter V_1 | 1 ponto |
| Determinar a área do trapézio | 2 pontos |
| Obter V_2 | 1 ponto |
| Obter o valor pedido (37 m^3) | 2 pontos |

5.2. 14 pontos

Opção (C)

6.1. 14 pontos

Opção (A)

6.2. 18 pontos

Tópicos de resposta

- Justificação de que a função representada no Gráfico A não pode ser a função f .

Exemplos de resposta:

- «A função representada no gráfico A não pode ser a função f , pois a área da superfície de água-mel no frasco é máxima no instante em que a água-mel ocupa metade do frasco e não no final do enchimento, como acontece na função representada.»
- «A função representada no gráfico A não pode ser a função f , porque a função representada é crescente, enquanto a função f é crescente desde o instante 0 até ao instante em que a água-mel ocupa metade do frasco e decrescente a partir deste instante.»

- Justificação de que a função representada no Gráfico B não pode ser a função f .

Exemplo de resposta:

- «A função representada no gráfico B não pode ser a função f , porque a área da superfície de água-mel no final do enchimento não é igual a 0, como acontece na função representada.»

Este item deve ser classificado de acordo com os parâmetros seguintes.

| Parâmetro | Nível | Descritor de desempenho | Pontuação |
|----------------------------------|-------|---|-----------|
| A Conteúdos | 4 | Apresenta, de forma completa, as duas justificações solicitadas. | 16 |
| | 3 | Apresenta, de forma completa, uma das justificações solicitadas e, de forma incompleta, a outra justificação. | 12 |
| | 2 | Apresenta, de forma completa, apenas uma das justificações solicitadas. OU Apresenta, de forma incompleta, as duas justificações solicitadas. | 8 |
| | 1 | Apresenta, de forma incompleta, apenas uma das justificações solicitadas. | 4 |
| B Linguagem Científica | 2 | Utiliza adequadamente o vocabulário específico da Matemática. | 2 |
| | 1 | Utiliza, embora com uma ou mais falhas, o vocabulário específico da Matemática. | 1 |

7.1. **18 pontos**

Determinar o preço a pagar à transportadora A (15,50 €) 8 pontos

Determinar o preço a pagar à transportadora B (13,50 €) 8 pontos

Apresentar a resposta (Transportadora B) 2 pontos

7.2. **18 pontos**

Escrever uma expressão para o preço a pagar, em euros, na transportadora A, em função da extensão, em km ($9,5 + 0,6x$), ou equivalente 4 pontos

Escrever uma expressão para o preço a pagar, em euros, na transportadora B, em função da extensão, em km ($5 + 0,85x$), ou equivalente 4 pontos

Equacionar o problema ($9,5 + 0,6x = 5 + 0,85x$), ou equivalente 5 pontos

Obter a resposta (18 km) 5 pontos

8.1. **18 pontos**

Reconhecer que, numa progressão aritmética, a diferença entre cada dois termos consecutivos é constante 4 pontos

Obter dois termos consecutivos da sucessão (por exemplo, $\frac{\pi}{2}$ e π) ($4 + 4$) 8 pontos

Obter a diferença entre esses termos ($\frac{\pi}{2}$) 6 pontos

8.2. 18 pontos

Obter o 1.º termo $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 2 pontos

Escrever uma expressão que permita calcular o termo de ordem 100 5 pontos

Obter o termo de ordem 100 (50π) 2 pontos

Escrever $\frac{\frac{\pi}{2} + 50\pi}{2} \times 100$ (ou equivalente) 6 pontos

Obter 2525π 3 pontos

9.1. 18 pontos

Reconhecer que $[ABM]$ é retângulo em M , sendo M o ponto médio de $[AC]$ (ou equivalente) 4 pontos

Escrever $\sin x = \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}}$ (ou equivalente) 7 pontos

Obter $\overline{AM} = 1,5 \times \sin x$ 3 pontos

Reconhecer que $\overline{AM} = \overline{MC}$ (ou equivalente) 2 pontos

Obter $\overline{AC} = 3 \sin x$ 2 pontos

9.2. 18 pontos

Reconhecer que, por cada 25 voltas completas na manivela, x aumenta 30° 2 pontos

Equacionar o problema ($3 \sin x + 1 = 3 \sin(x + 30)$, ou equivalente) 6 pontos

Representar graficamente a função definida por $y = 3 \sin x + 1$ (ver nota) 2 pontos

Representar graficamente a função definida por $y = 3 \sin(x + 30)$ (ver nota) 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos 2 pontos

Obter a abcissa ou a ordenada desse ponto (34,9129... ou 2,7169...) 2 pontos

Obter o valor pedido (1,72 m) 2 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 2 pontos. Se não for respeitado o domínio, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

COTAÇÕES

| | | | | | | | | | | |
|--|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|
| As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final. | 1. | 2. | 4. | 5.2. | 6.1. | 6.2. | 7.1. | 8.1. | 9.2. | Subtotal |
| Cotação (em pontos) | 14 | 14 | 18 | 14 | 14 | 18 | 18 | 18 | 18 | 146 |
| Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação. | 3. | 5.1. | 7.2. | 8.2. | 9.1. | | | | | Subtotal |
| Cotação (em pontos) | 3 x 18 pontos | | | | | | | | | 54 |
| TOTAL | | | | | | | | | | 200 |