

Exame Final Nacional de Matemática B
Prova 735 | 2.^a Fase | Ensino Secundário | 2024

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

13 Páginas

A prova inclui 9 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 5 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, apenas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nas respostas aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados, como:

- os gráficos obtidos, em referencial cartesiano, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r}{180}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$

Sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r^2}{360}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4 \pi r^2$ (r – raio)

Área lateral de um cilindro reto: $2 \pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ (r – raio)

Cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n) :

• **Progressão aritmética:** $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

• **Progressão geométrica:** $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Probabilidades e Estatística

Se X é uma variável aleatória discreta de valores x_i com probabilidade p_i , então:

• **Valor médio de X :**

$$\mu = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$$

• **Desvio padrão de X :**

$$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n (x_n - \mu)^2}$$

Se X é uma variável aleatória normal de valor médio μ e desvio padrão σ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

- * 1. Ao resolver, corretamente, um problema de programação linear, um aluno obteve o seguinte sistema de restrições:

$$\begin{cases} 3x + y \leq 36 \\ x + 3y \leq 36 \\ x + y \leq 16 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

O aluno estabeleceu a função objetivo, a ser maximizada:

$$L(x, y) = 40x + 50y$$

Qual dos seguintes pares ordenados corresponde à solução ótima deste problema?

- (A) (10, 6) (B) (9, 9) (C) (8, 8) (D) (6, 10)

2. A altura, h , em metros, relativamente ao solo, de um projétil lançado na vertical, de baixo para cima, em função do tempo, t , em segundos, desde o instante inicial em que é lançado até ao instante em que atinge o solo, pode ser dada por

$$h(t) = -4,9t^2 + 20t + 10$$

- * 2.1. Complete o texto, de acordo com o modelo apresentado, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, I, II e III, seguido da opção, a), b) ou c), selecionada.

«O projétil é lançado de uma altura de ____ I ____, a uma velocidade instantânea inicial de ____ II ____, e atinge o solo ____ III ____, aproximadamente, depois de ser lançado.»

I	II	III
a) 4,9 m	a) 4,9 m/s	a) 2,0 s
b) 10 m	b) 10 m/s	b) 4,5 s
c) 20 m	c) 20 m/s	c) 10 s

- * 2.2. Determine, de acordo com o modelo apresentado, quanto tempo demorou o projétil a atingir, pela primeira vez, 25 metros de altura relativamente ao solo.

Apresente o valor pedido em segundos, arredondado às unidades.

- * 3. Em muitas serras portuguesas, existem parques eólicos, nos quais estão instalados aerogeradores para produção de energia elétrica. Cada aerogerador é constituído, entre outros elementos, por uma torre e por um rotor de três pás.

A Figura 1 é um esquema de um aerogerador do Parque Eólico de Bigorne. A torre deste aerogerador tem 67 metros de altura e as pás têm 33 metros de comprimento. O aerogerador está assente num patamar horizontal.

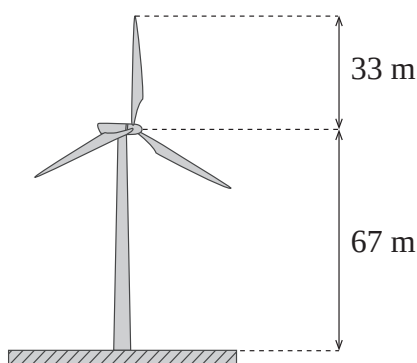


Figura 1

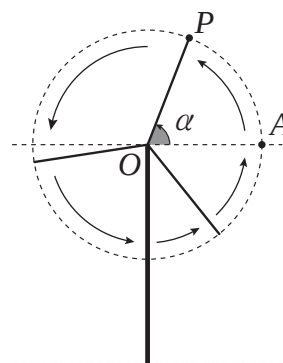


Figura 2

Na Figura 2, que não está à escala, está representado um modelo simplificado do movimento de rotação do aerogerador, em que:

- o ponto O é o centro da rotação, correspondente ao centro do rotor;
- o ponto P representa a extremidade de uma das pás;
- o ponto A representa a posição inicial dessa extremidade;
- α é a amplitude, em graus, do ângulo orientado AOP .

Qual das seguintes expressões define a função, d , que, para cada valor de α , dá a distância da extremidade dessa pá ao patamar em que a torre do aerogerador está assente?

(A) $d(\alpha) = 33 + 67 \sin \alpha$

(B) $d(\alpha) = 67 + 33 \sin \alpha$

(C) $d(\alpha) = 33 + 67 \cos \alpha$

(D) $d(\alpha) = 67 + 33 \cos \alpha$

- * 4. No histograma da Figura 3, estão representados os dados relativos ao perímetro cefálico, em centímetros, de um grupo de recém-nascidos, recolhidos por uma equipa de obstetras de uma maternidade.

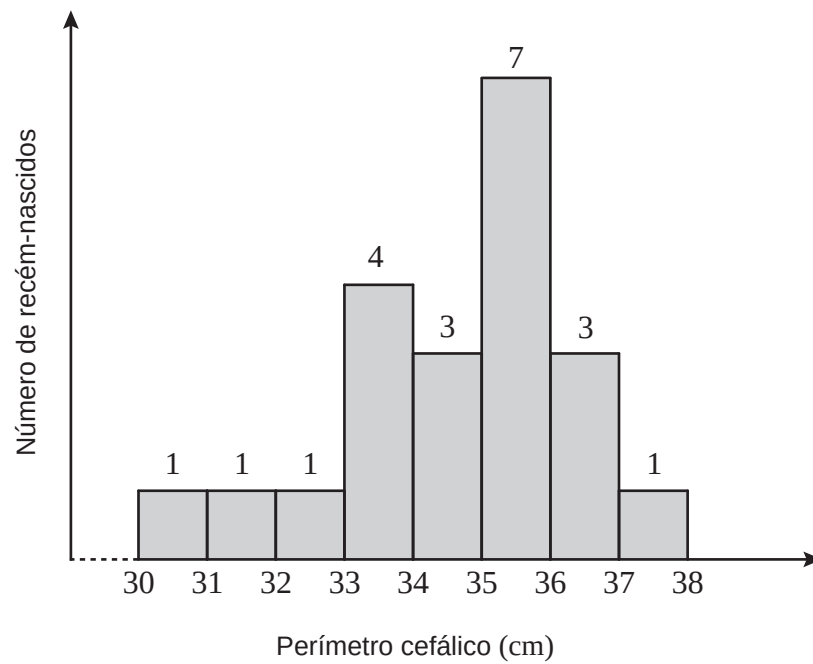


Figura 3

Qual é a classe a que pertence a mediana deste conjunto de dados?

Justifique a sua resposta.

- * 5.** Admita que o perímetro cefálico, em centímetros, num grupo de recém-nascidos em determinada maternidade, num dado ano civil, segue uma distribuição normal de valor médio 34,88 cm .

Considera-se, ao acaso, um recém-nascido deste grupo.

Complete o texto, de acordo com a distribuição normal, seleccionando a opção correta para cada espaço.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II** e **III**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, seleccionada.

«A probabilidade de o perímetro cefálico do recém-nascido ser maior do que 34,88 cm é ____ **I** ____ a 50% .

A probabilidade de o perímetro cefálico do recém-nascido ser menor do que 35,88 cm é ____ **II** ____ a 50% .

A probabilidade de o perímetro cefálico do recém-nascido ser inferior a 33,88 cm é igual à probabilidade de o seu perímetro cefálico ser superior a ____ **III** ____ cm .»

I	II	III
a) inferior	a) inferior	a) 32,88
b) igual	b) igual	b) 34,88
c) superior	c) superior	c) 35,88

6. Viajando por Portugal, podemos contemplar vários monumentos comemorativos do 25 de Abril de 1974. Nas figuras 4 e 5, apresentam-se dois exemplos de monumentos comemorativos localizados, respetivamente, em Fafe e em Marco de Canaveses.



Figura 4



Figura 5

Inspirado nestes monumentos, um outro município pretende construir um conjunto de 25 pórticos retangulares, colocados sequencialmente no jardim municipal, com as características seguintes:

- cada pórtico tem uma trave horizontal com 75 cm de comprimento e dois postes iguais, colocados na vertical;
- a altura de cada pórtico corresponde ao comprimento de cada um dos seus postes colocados na vertical;
- o primeiro pórtico tem 75 cm de altura;
- cada pórtico, a partir do primeiro, tem mais 15 cm de altura do que o pórtico anterior.

Na Figura 6, que não está à escala, apresenta-se o esquema dos quatro primeiros pórticos.



Figura 6

Na construção dos pórticos, será utilizado tubo de ferro oxidado.

Não tenha em consideração a espessura dos postes nem das travessas.

- * 6.1. Considere a sequência crescente das alturas dos pórticos, em centímetros.

Justifique que os termos desta sequência são termos consecutivos de uma progressão aritmética.

Na sua resposta, apresente a razão dessa progressão.

- 6.2. Determine o comprimento total de tubo necessário para a construção dos 25 pórticos.

Apresente o resultado em metros.

7. Um artista plástico vai utilizar uma estrutura com três barras de ferro fundido para criar uma instalação artística comemorativa do 25 de Abril de 1974, como se ilustra na Figura 7.

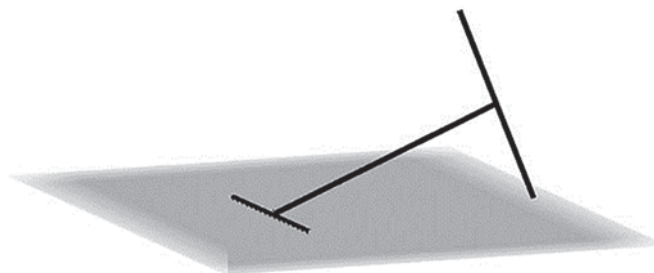


Figura 7

A Figura 8 é um esquema dessa estrutura, representado em referencial ortogonal e monométrico, $Oxyz$.

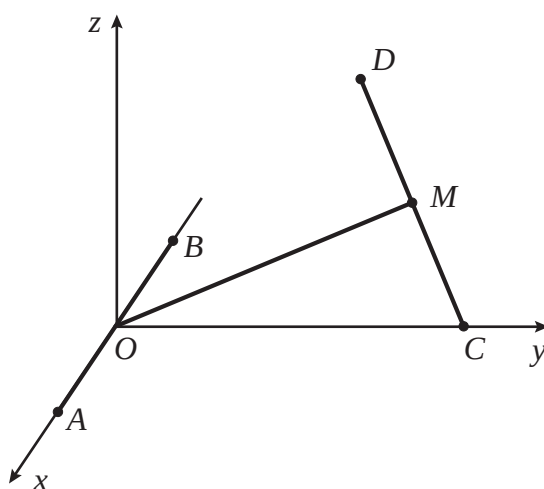


Figura 8

No referencial, a unidade é o metro.

Sabe-se que:

- o plano xOy representa o solo;
- $[AB]$, $[CD]$ e $[OM]$ representam as barras de ferro que formam a estrutura;
- os pontos A e B pertencem ao eixo Ox ;
- o ponto C pertence ao semieixo positivo Oy ;
- o ponto D pertence ao plano yOz ;
- os pontos O e M são, respetivamente, os pontos médios de $[AB]$ e $[CD]$;
- $[OM] \perp [CD]$;
- $\overline{AB} = \overline{CD} = 5 \text{ m}$ e $\overline{OM} = 6 \text{ m}$.

A altura da estrutura é a distância do ponto representado por D ao solo.

*** 7.1.** Determine a altura da estrutura.

Apresente o resultado em metros, arredondado às centésimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

7.2. A estrutura será instalada numa caixa cúbica transparente, com 343 m^3 de volume.

Na Figura 9, que não está à escala, encontra-se representada a caixa cúbica, em referencial ortogonal e monométrico, $Oxyz$, em que:

- P , Q e R são vértices do cubo;
- a aresta $[PR]$ está contida no eixo Ox ;
- a origem do referencial é o ponto médio da aresta $[PR]$;
- uma das faces do cubo está contida no plano xOy .

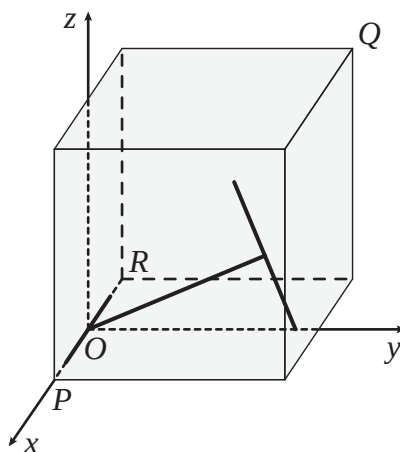


Figura 9

No referencial, a unidade é o metro.

Determine as coordenadas do vértice Q .

8. Uma rádio local fez uma emissão especial comemorativa do 25 de Abril de 1974, durante o dia 25 de abril de 2024. A emissão começou às 0 horas desse dia e durou 24 horas.

8.1. Admita que o número, N , em milhares, de ouvintes da rádio ao longo da emissão especial é dado, aproximadamente, por

$$N(t) = 8,04 - (0,1t - 1,4)^2 \times e^{0,8 - 0,05t}, \text{ com } 0 \leq t \leq 24$$

em que t é o tempo, em horas, decorrido desde o início da emissão especial.

8.1.1. Entre as 8h e as 10h 15min, a rádio transmitiu em direto as comemorações que decorreram numa praça dessa localidade. Neste período de tempo, o número de ouvintes esteve sempre a aumentar.

Determine quanto variou o número de ouvintes durante a transmissão em direto.

Apresente o valor pedido em unidades.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

8.1.2. Durante esta emissão especial, foi transmitido um concerto em que participaram vários artistas.

Durante a emissão do concerto, o número de ouvintes foi sempre superior a 8000.

A emissão do concerto pode ter durado 4 horas?

Justifique a sua resposta.

*** 8.2.** Durante a emissão, a temperatura ambiente no estúdio de rádio foi variando, por influência da climatização, do número de pessoas presentes, dos aparelhos eletrônicos em funcionamento, entre outros fatores. Admita que, no estúdio:

- entre as 0 horas e as 10 horas, a temperatura ambiente esteve sempre a aumentar;
- durante toda a emissão, o valor máximo da temperatura ambiente ocorreu às 20 horas.

Seja f a função que faz corresponder o tempo, t , em horas, decorrido desde o início da emissão, ao valor da temperatura ambiente, em graus Celsius, no estúdio, no dia 25 de abril de 2024.

Seja V a função que dá a taxa de variação instantânea da função f para cada valor de t .

Na Figura 10, estão representados dois gráficos, A e B, em referencial cartesiano ortogonal, e assinalados os respectivos zeros, 10 e 20.

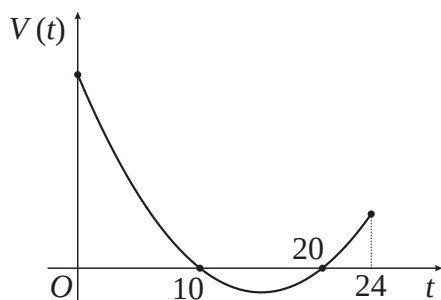


Gráfico A

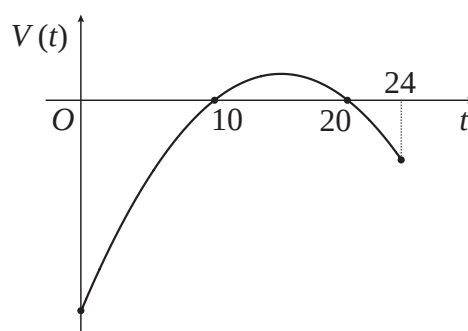


Gráfico B

Figura 10

Justifique que nem o gráfico A nem o gráfico B podem representar a função V .

Apresente uma razão para cada um dos gráficos.

9. Para o funcionamento de uma máquina, uma fábrica utiliza água que se encontra num depósito.

Ao longo do dia, a altura da água no depósito vai variando.

Admita que a altura, a , em metros, de água no depósito, às t horas de um certo dia, é dada por

$$a(t) = 5 + 2,8 \cos\left(\frac{\pi}{12}t - 2\right), \text{ com } t \in [0, 24]$$

O argumento da função cosseno está em radianos.

Quanto tempo decorreu, em horas, desde o instante em que a altura de água no depósito foi máxima até ao instante em que a altura de água no depósito foi mínima?

Em cálculos intermédios, utilize valores aproximados às centésimas.

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.	6.1.	7.1.	8.2.	Subtotal
Cotação (em pontos)	14	14	18	14	18	14	18	18	18	146
Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	6.2.	7.2.	8.1.1.	8.1.2.	9.					Subtotal
Cotação (em pontos)	3 × 18 pontos									54
TOTAL										200

Prova 735

2.^a Fase

Exame Final Nacional de Matemática B
Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2024

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Critérios de Classificação

10 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

Nas respostas aos itens de seleção, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra ou do número correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de classificação definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização, nomeadamente, a representação, em referencial cartesiano, do(s) gráfico(s) visualizado(s).

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).

8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista (ver nota).
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa, quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. 14 pontos

Opção (D)

2.1. 14 pontos

I → b) II → c) III → b)

Este item deve ser classificado de acordo com os seguintes níveis de desempenho.

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as três opções corretas.	14
2	Completa o texto apenas com duas opções corretas.	10
1	Completa o texto apenas com uma opção correta.	5

2.2. 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, quatro processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função h (ver notas 1, 2 e 3) 5 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y = 25$ (ver nota 2) 5 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos relevante para a resolução 4 pontos

Obter a abcissa desse ponto 3 pontos

Apresentar o valor pedido (1 segundo) 1 ponto

Notas:

1. Se não for representada a forma de arco de parábola, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 2 pontos.

2. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 2 pontos.

3. Se for representada uma extensão da função h , a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

2.º Processo

Equacionar o problema ($h(t) = 25$, ou equivalente) 5 pontos

Resolver a equação 10 pontos

Obter $-4,9t^2 + 20t - 15 = 0$ 1 ponto

Obter o valor do binómio discriminante 5 pontos

Obter as soluções 4 pontos

Identificar o valor pedido (1 segundo) 3 pontos

3.º Processo

- Equacionar o problema ($h(t) = 25$, ou equivalente) 5 pontos
- Obter $-4,9t^2 + 20t - 15 = 0$ 1 ponto
- Representar graficamente a função r.v.r. definida por $y = -4,9x^2 + 20x - 15$
(ver nota) 5 pontos
- Assinalar o zero da função relevante para a resolução 3 pontos
- Obter esse zero 3 pontos
- Apresentar o valor pedido (1 segundo) 1 ponto

Nota – Se não for representada a forma de arco de parábola, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 2 pontos. Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 2 pontos.

4.º Processo

- Equacionar o problema ($h(t) = 25$, ou equivalente) 5 pontos
- Obter $-4,9t^2 + 20t - 15 = 0$ 1 ponto
- Obter, com uma ferramenta automática da calculadora,
as soluções da equação 9 pontos
- Identificar o valor pedido (1 segundo) 3 pontos

3. 14 pontos

Opção (B)

4. 18 pontos

- Determinar o número total de recém-nascidos (21) 6 pontos
- Reconhecer que a mediana dos 21 dados é o 11.º dado ordenado ou reconhecer
que a classe pedida é aquela em que se atinge a frequência relativa acumulada
de 50% 6 pontos
- Identificar a classe a que pertence a mediana 6 pontos

5. 14 pontos

I → b) II → c) III → c)

Este item deve ser classificado de acordo com os seguintes níveis de desempenho.

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as três opções corretas.	14
2	Completa o texto apenas com duas opções corretas.	10
1	Completa o texto apenas com uma opção correta.	5

6.1. 18 pontos

- Referir que a diferença entre dois termos consecutivos é constante
(ou equivalente) 9 pontos
- Apresentar a razão (15) 9 pontos

6.2. 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, quatro processos.

1.º Processo

- Reconhecer que as somas dos comprimentos dos três tubos que constituem cada
pórtico são termos consecutivos de uma progressão aritmética cujo primeiro
termo é 225 cm ou 2,25 m 4 pontos
- Reconhecer que a razão da progressão é 30 cm ou 0,30 m 2 pontos
- Escrever uma expressão que permita calcular o termo de ordem 25 4 pontos
- Obter o termo de ordem 25 (945 cm ou 9,45 m) 2 pontos
- Escrever uma expressão para a soma dos 25 termos 4 pontos
- Obter o valor pedido (146,25 m) 2 pontos

2.º Processo

- Reconhecer que as alturas dos pórticos são termos consecutivos de uma
progressão aritmética cujo primeiro termo é 75 cm ou 0,75 m 1 ponto
- Reconhecer que a razão da progressão é 15 cm ou 0,15 m 2 pontos
- Escrever uma expressão que permita calcular o termo de ordem 25 4 pontos
- Obter o termo de ordem 25 (435 cm ou 4,35 m) 2 pontos
- Escrever uma expressão para a soma dos 25 termos 3 pontos
- Calcular o valor da expressão anterior (6375 cm ou 63,75 m) 2 pontos
- Obter a soma dos comprimentos das 25 traves (1875 cm ou 18,75 m) 1 ponto
- Obter o valor pedido (146,25 m) 3 pontos

3.º Processo

- Reconhecer que as somas dos comprimentos dos postes de cada pórtico são
termos consecutivos de uma progressão aritmética cujo primeiro termo é
150 cm ou 1,5 m 2 pontos
- Reconhecer que a razão da progressão é 30 cm ou 0,30 m 2 pontos
- Escrever uma expressão que permita calcular o termo de ordem 25 4 pontos
- Obter o termo de ordem 25 (870 cm ou 8,7 m) 2 pontos
- Escrever uma expressão para a soma dos 25 termos 3 pontos
- Calcular o valor da expressão anterior (12 750 cm ou 127,5 m) 2 pontos
- Obter a soma dos comprimentos das 25 traves (1875 cm ou 18,75 m) 1 ponto
- Obter o valor pedido (146,25 m) 2 pontos

4.º Processo

Obter a soma dos comprimentos dos três tubos que constituem o 1.º pórtico (225 cm ou 2,25 m)	2 pontos
Obter a soma dos comprimentos dos três tubos que constituem cada pórtico, do 2.º ao 25.º	10 pontos
Escrever uma expressão para a soma dos 25 termos	4 pontos
Obter o valor pedido (146,25 m)	2 pontos

7.1. 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Obter $\overline{OC}$	5 pontos
Escrever $\overline{OC}^2 = 6^2 + 2,5^2$	3 pontos
Obter $\overline{OC}^2 = 42,25$	1 ponto
Obter $\overline{OC} = 6,5$	1 ponto
Associar o valor pedido a $\overline{DP}$ (em que P é a projeção ortogonal do ponto D no eixo Oy)	3 pontos
Reconhecer que os triângulos $[OMC]$ e $[DPC]$ são semelhantes	3 pontos
Escrever $\frac{6,5}{5} = \frac{6}{\overline{DP}}$ (ou equivalente)	3 pontos
Obter $\overline{DP} = 4,6153...$	3 pontos
Apresentar o valor pedido (4,62 m)	1 ponto

2.º Processo

Associar o valor pedido a $\overline{DP}$ (em que P é a projeção ortogonal do ponto D no eixo Oy)	3 pontos
Escrever $\operatorname{tg}(\hat{MCO}) = \frac{6}{2,5}$ (ou equivalente)	4 pontos
Obter $\hat{MCO}$	3 pontos
Escrever $\operatorname{sen}(\hat{MCO}) = \frac{\overline{DP}}{5}$ (ou equivalente)	4 pontos
Obter $\overline{DP} = 4,6153...$	3 pontos
Apresentar o valor pedido (4,62 m)	1 ponto

7.2. 18 pontos

Obter a medida da aresta do cubo (7)	8 pontos
Apresentar as coordenadas $(-3,5; 7; 7)$ $(4 + 3 + 3)$	10 pontos

8.1.1. 18 pontos

Associar 8h a $t = 8$	3 pontos
Obter $N(8)$ (7,50294...)	3 pontos
Associar 10h15min a $t = 10,25$	4 pontos
Obter $N(10,25)$ (7,85253...)	3 pontos
Obter o valor pedido (350)	5 pontos

8.1.2. 18 pontos

Representar graficamente a função N (ver notas 1 e 2)	4 pontos
Associar 8000 a $N = 8$	2 pontos
Representar graficamente a reta de equação $y = 8$ (ver nota 1)	2 pontos
Assinalar os pontos de intersecção dos gráficos (1 + 1)	2 pontos
Obter as abcissas desses pontos de intersecção (12,1... e 16) (2 + 2)	4 pontos
Obter a duração máxima da emissão do concerto (ou equivalente)	3 pontos
Concluir que não é possível	1 ponto

Notas:

1. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 2 pontos.
2. Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

8.2. 18 pontos

Tópicos de resposta

- Justificação de que a função representada no Gráfico A não pode ser a função V .

Exemplo de resposta:

– «A função representada no gráfico A não pode ser a função V , porque, em $t = 20$, esta função passa de negativa para positiva, o que significa que, às 20h, se teria registado um valor mínimo de temperatura e não um valor máximo.»

- Justificação de que a função representada no Gráfico B não pode ser a função V .

Exemplos de resposta:

– «A função representada no gráfico B não pode ser a função V , porque, entre as 0 e as 10 horas, a função V é positiva e a função representada é negativa.»

– «A função representada no gráfico B não pode ser a função V , porque, entre as 0 e as 10 horas, a função f é crescente e a função V é positiva.»

Este item deve ser classificado de acordo com os parâmetros seguintes.

Parâmetro	Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
A Conteúdos	4	Apresenta, de forma completa, as duas justificações solicitadas.	16
	3	Apresenta, de forma completa, uma das justificações solicitadas e, de forma incompleta, a outra justificação.	12
	2	Apresenta, de forma completa, apenas uma das justificações solicitadas. OU Apresenta, de forma incompleta, as duas justificações solicitadas.	8
	1	Apresenta, de forma incompleta, apenas uma das justificações solicitadas.	4
B Linguagem Científica	2	Utiliza adequadamente o vocabulário específico da Matemática.	2
	1	Utiliza, embora com uma ou mais falhas, o vocabulário específico da Matemática.	1

9. 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função a (**ver nota**) 6 pontos

Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é o valor máximo absoluto da função a 3 pontos

Obter a abcissa desse ponto (7,64) 2 pontos

Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é o valor mínimo absoluto da função a 3 pontos

Obter a abcissa desse ponto (19,64) 2 pontos

Obter o valor pedido (12 horas) 2 pontos

Nota – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 2 pontos. Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto. Se não for respeitada a forma sinusoidal, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 2 pontos.

2.º Processo

Obter o período da extensão da função a a $\mathbb{R}$ (24) 9 pontos

Associar o tempo decorrido entre o máximo e o mínimo ao semiperíodo 8 pontos

Apresentar o valor pedido (12 horas) 1 ponto

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.	6.1.	7.1.	8.2.	Subtotal
Cotação (em pontos)	14	14	18	14	18	14	18	18	18	146
Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	6.2.	7.2.	8.1.1.	8.1.2.	9.					Subtotal
Cotação (em pontos)	3 × 18 pontos									54
TOTAL										200