

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2025

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

15 Páginas

A prova inclui 10 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 4 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de régua, compasso e calculadora gráfica.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nas respostas aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados.

Formulário

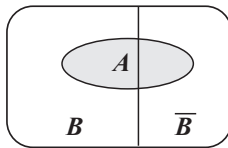
Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

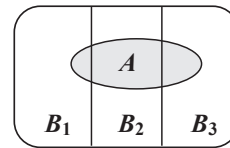
Modelos de probabilidade

Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ &= P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B | A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ &= P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B_k | A) &= \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B_k) \times P(A | B_k)}{P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)} \end{aligned}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3

Modelo normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável aleatória normal X , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$$\left] \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$$

n – dimensão da amostra

$\bar{x}$ – média amostral

σ – desvio padrão da variável

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável aleatória X , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$$

n – dimensão da amostra

$\bar{x}$ – média amostral

s – desvio padrão amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right[$$

n – dimensão da amostra

$\hat{p}$ – proporção amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

A corrida em trilhos ou corrida todo o terreno é um desporto que consiste em correr em trilhos através de montanhas e colinas, cruzando riachos e rios, com subidas e descidas íngremes. No nosso país, realizam-se diversas provas deste tipo, normalmente designadas por *trail*.

1. A Luísa pretende inscrever-se numa das provas seguintes: *Trail* dos Abutres (A), *Trail* dos Morcegos (M), *Trail* da Serra d'Arga (S) ou *Trail* das Linhas de Torres (T).

Para seleccionar a prova na qual se vai inscrever, a Luísa solicitou a cada um dos colegas de turma que ordenasse numa lista de preferências, uma única vez, as quatro provas.

- * 1.1. O Xavier, um dos colegas da Luísa, ordenou as quatro provas aleatoriamente.

Qual é a probabilidade de o Xavier ter colocado na sua lista de preferências o *Trail* dos Abutres e o *Trail* da Serra d'Arga, não necessariamente por esta ordem, nos dois primeiros lugares?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{6}$

- * 1.2. Admita que a ordenação das quatro provas, efetuada por cada colega da Luísa, corresponde a um voto, e que foram apurados 27 votos válidos.

Na Tabela 1, apresentam-se as quatro listas de preferências resultantes da votação e o respetivo número de votos.

Tabela 1

N.º de votos Preferências				
	8	7	4	8
1. ^a	M	T	A	A
2. ^a	S	M	S	T
3. ^a	T	S	M	S
4. ^a	A	A	T	M

Para seleccionar a prova, a Luísa recorreu ao método a seguir descrito.

- Efetua-se a contagem do número de primeiras preferências de cada prova e verifica-se se alguma delas obtém a maioria absoluta na primeira preferência. Caso isso se verifique, essa prova será a escolhida.
- Caso contrário, efetua-se a contagem do número de últimas preferências de cada prova e elimina-se a prova (ou provas, em caso de empate) com mais votos na última preferência. A tabela de preferências é, em seguida, reestruturada, e, em cada coluna, as provas que ocupavam os lugares abaixo da(s) prova(s) eliminada(s) sobem uma linha (ou as necessárias, em caso de empate), mantendo-se pela mesma ordem.
- Os procedimentos anteriores são aplicados à tabela de preferências obtida no ponto anterior.
- O processo repete-se até que uma das provas obtenha a maioria absoluta na primeira preferência.

Determine, por aplicação do método descrito, qual a prova selecionada pela Luísa.

Na sua resposta, apresente todos os cálculos efetuados.

- * 2. A Ana, o Francisco e a Manuela são três amigos que, em equipa, ganharam dois dos *trails* em que participaram. Em cada um desses *trails*, a equipa ganhou um prémio.

Para distribuírem os dois prémios, X e Y, a Ana (A), o Francisco (F) e a Manuela (M) acordaram na utilização do método a seguir descrito.

- Cada amigo atribui, secretamente, um valor monetário a cada um dos dois prémios e coloca o registo dessas licitações dentro de um envelope fechado. Em seguida, os envelopes são abertos, e os valores das licitações são registados numa tabela.
- Determina-se o valor global atribuído aos prémios por cada amigo e o valor que cada um considera justo receber. Assume-se que o valor que cada amigo considera justo receber é igual a um terço do valor global que ele atribuiu ao conjunto dos dois prémios.
- Cada prémio é destinado ao amigo que mais o valoriza, considerando-se que esse amigo recebe o equivalente ao valor monetário que atribuiu ao respetivo prémio.
- No caso do(s) amigo(s) que não receba(m) qualquer prémio, considera-se, para efeito dos cálculos seguintes, que o valor monetário recebido por esse(s) amigo(s) é zero euros.
- Caso o valor do(s) prémio(s) recebido(s) por um amigo ultrapasse o valor que este considerava justo receber, esse amigo disponibiliza, em dinheiro, o respetivo excedente. Caso contrário, esse amigo deverá receber, em dinheiro, do montante à disposição, o valor em falta, tendo em conta o que considerava justo receber.
- Após os procedimentos anteriores, caso ainda reste dinheiro, este é distribuído em partes iguais pelos três amigos.

Na Tabela 2, estão registados os valores, em euros, atribuídos por cada amigo nas licitações secretas.

Tabela 2

Amigo \ Prémio	X	Y
A	75	102
F	120	90
M	70	65

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

O Francisco considera que o valor global dos dois prémios é **I** , e 59 € é o valor que **II** considera justo receber. Concluída a aplicação do método descrito, **III** não fica com nenhum prémio, mas recebe um total de **IV** .

I	II	III	IV
a) 210 €	a) a Ana	a) a Ana	a) 16 €
b) 177 €	b) o Francisco	b) o Francisco	b) 45 €
c) 135 €	c) a Manuela	c) a Manuela	c) 61 €

3. O *Trail* das Linhas de Torres 100 (LT100) pretende homenagear as Linhas de Torres Vedras, classificadas como monumento nacional.

O LT100 tem uma extensão máxima de 100 km, num percurso de Torres Vedras a Vila Franca de Xira, e integra, entre outras:

- uma prova com 100 km de extensão, realizada individualmente, designada K100;
- uma prova com 100 km de extensão, realizada em estafetas por equipas de duas pessoas, designada K100/2;
- uma prova com 50 km de extensão, realizada individualmente, designada K50.

Na Tabela 3, apresentam-se os valores monetários das inscrições, por pessoa, em função da prova e da data da inscrição, e o valor a adicionar à inscrição, caso o participante deseje reservar transporte entre o local da meta e o local de partida.

Tabela 3

Prova	K100	K100/2	K50
Data de inscrição			
Setembro de 2024	60 €	30 €	30 €
Outubro e novembro de 2024	70 €	35 €	35 €
Dezembro de 2024	80 €	40 €	45 €
Janeiro de 2025	90 €	45 €	50 €
Transporte	4 €		3 €

Uma empresa de Torres Vedras, para incentivar a participação no LT100, anunciou que comparticiparia 60% do total das despesas referentes à inscrição e ao transporte dos seus trabalhadores.

Admita que, desta empresa, se inscreveram:

- dois trabalhadores, na prova K100, um em setembro de 2024 e um em janeiro de 2025;
- uma equipa de trabalhadores, na prova K100/2, em dezembro de 2024;
- quatro trabalhadores, na prova K50, em outubro de 2024.

Apenas os dois trabalhadores que se inscreveram na prova K100 não reservaram transporte.

Determine o valor, em euros, comparticipado pela empresa.

- * 4. A equipa organizadora de uma prova de *trail* pretende definir um percurso que passe, obrigatoriamente, pelos cinco postos de controlo: C1, C2, C3, C4 e C5.

Na Tabela 4, estão registadas as distâncias mínimas, em metros, entre cada dois postos de controlo.

Tabela 4

	C1	C2	C3	C4	C5
C1		2770	2400	2260	1780
C2	2770		2370	2360	2550
C3	2400	2370		2225	2660
C4	2260	2360	2225		3100
C5	1780	2550	2660	3100	

A equipa organizadora decidiu que a prova teria início no posto de controlo C2 e terminaria num dos restantes postos de controlo.

Para definir o percurso, a equipa optou por aplicar o método a seguir descrito.

- Seleciona-se o posto de controlo seguinte, tendo em conta que:
 - deve ser o mais próximo possível;
 - se houver dois postos à mesma distância, a seleção é aleatória.
- Procede-se como foi indicado no ponto anterior, não se repetindo nenhum posto de controlo, e terminando após a passagem por todos os postos de controlo.

Determine o comprimento do percurso da prova, respeitando as condições definidas pela equipa organizadora.

Na sua resposta, apresente:

- um grafo que resulte da aplicação do método descrito;
- a ordem de passagem pelos postos de controlo.

5. Existem diversas aplicações para telemóvel que permitem aos utilizadores a monitorização, em tempo real, do percurso realizado durante uma caminhada. A AppCaminhadas e a AppTrilhos são duas dessas aplicações.

Admita que, em Portugal, o número de utilizadores da AppCaminhadas, em milhares, decorridos t anos após o início do ano 2000, é bem aproximado pelo modelo C , definido por

$$C(t) = 20 + 5 \log_{10}(9t + 10) \quad (t \geq 0)$$

- * 5.1. Na Figura 1, apresenta-se um mapa de Portugal continental, dividido em várias regiões. Para três destas regiões (Norte, Centro e Lisboa e Vale do Tejo), apresenta-se ainda um gráfico, por região, relativo ao número de utilizadores da AppCaminhadas, em milhares, no início dos anos de 2010, de 2011 e de 2012.

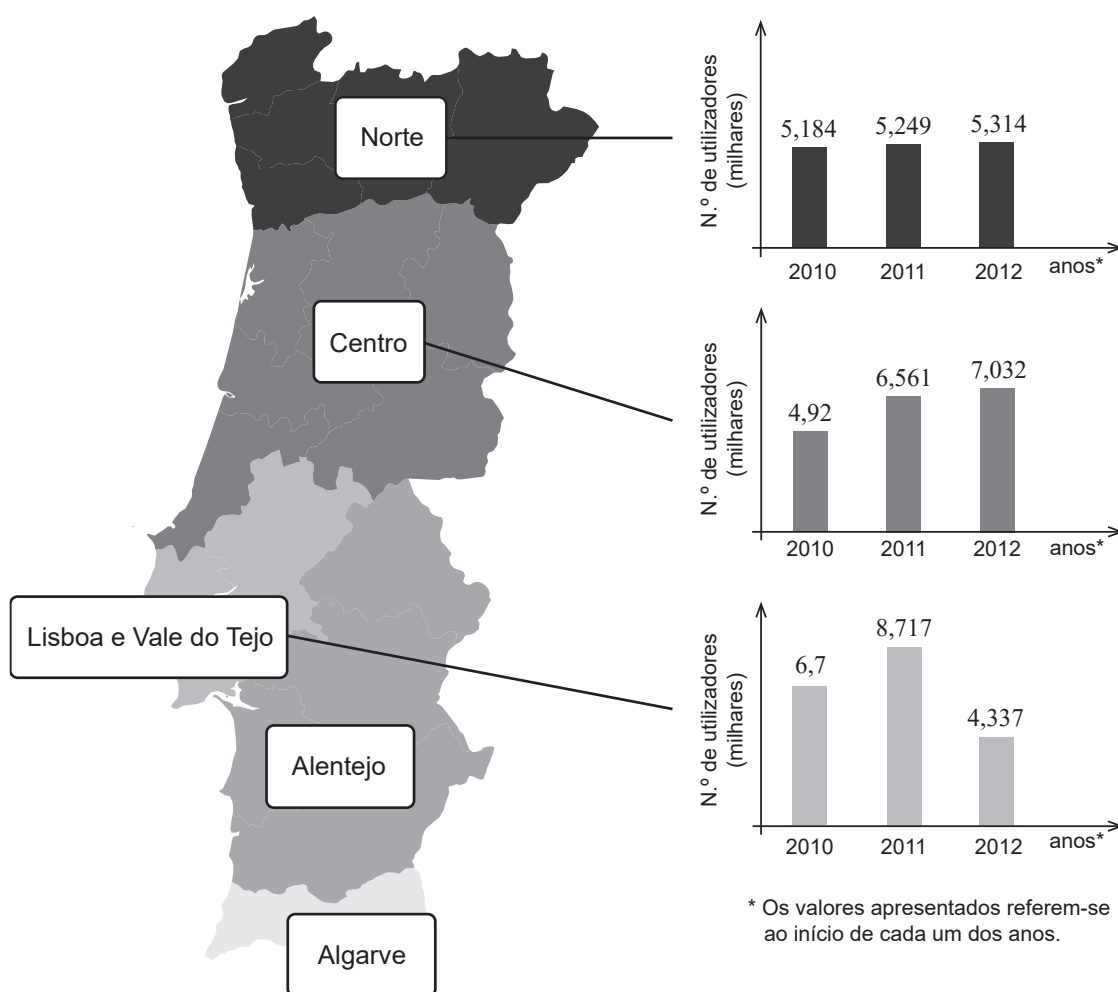


Figura 1

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

Nos primeiros dez anos, após o início do ano 2000, em Portugal, o número de utilizadores da AppCaminhadas teve um aumento de _____ **I** _____ milhares de utilizadores. Comparando o número de utilizadores da AppCaminhadas no início dos anos de 2010, de 2011 e de 2012, apresentados na Figura 1, conclui-se que é na região _____ **II** _____ que o número de utilizadores poderá apresentar um crescimento linear.

No início de 2012, em Portugal, um sétimo do número de utilizadores da AppCaminhadas pertencia à região _____ **III** _____.

No início de 2011, em Portugal, a percentagem, arredondada às unidades, do número de utilizadores da AppCaminhadas que pertencia às regiões Norte, Centro e de Lisboa e Vale do Tejo era _____ **IV** _____.

I	II	III	IV
a) 30	a) Norte	a) Norte	a) 87%
b) 25	b) Centro	b) Centro	b) 68%
c) 5	c) de Lisboa e Vale do Tejo	c) de Lisboa e Vale do Tejo	c) 47%

5.2. Para os que mais apreciam caminhadas, é possível subscrever a versão *Premium* da AppCaminhadas, um serviço exclusivo com mais funcionalidades, mas sujeito a pagamento.

Admita que, num determinado ano, 20% dos utilizadores da AppCaminhadas em Portugal subscreveram a versão *Premium*, o que corresponde a 5600 subscritores.

Determine o ano em que tal ocorreu.

Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

- o(s) gráfico(s) visualizado(s);
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) relevante(s), com arredondamento às centésimas.

*** 5.3.** Em Portugal, o número de utilizadores da aplicação AppTrilhos, em milhares, decorridos t anos após o início do ano 2000, é bem aproximado por um modelo T .

Admita que, em Portugal, no início do ano de 2015, a AppCaminhadas tinha mais 3000 utilizadores do que a AppTrilhos.

Qual das expressões seguintes traduz a afirmação anterior?

- (A) $C(15) = 3 + T(15)$ (B) $C(15) = 3 \times T(15)$
(C) $C(15) = 3000 + T(15)$ (D) $C(15) = 3000 \times T(15)$

6. O $\dot{V}_{O_2 \max}$, que é o volume máximo de oxigénio que uma pessoa pode consumir durante a realização de exercícios intensos, será tanto maior quanto melhor for a condição física dessa pessoa. Constitui um indicador importante da capacidade aeróbica e da eficiência cardiovascular de uma pessoa, permitindo comparar o desempenho aeróbico de diferentes indivíduos, mesmo com diferentes massas corporais.

A unidade de medida do $\dot{V}_{O_2 \max}$ é expressa em mililitros de oxigénio por quilograma de massa corporal, por minuto ($\text{mL kg}^{-1} \text{min}^{-1}$).

- * 6.1. Uma equipa estudou o valor do $\dot{V}_{O_2 \max}$ dos utilizadores da aplicação AppCaminhadas, em função da idade, em anos.

Na Figura 2, está representado o gráfico de percentis construído com base nos dados recolhidos.

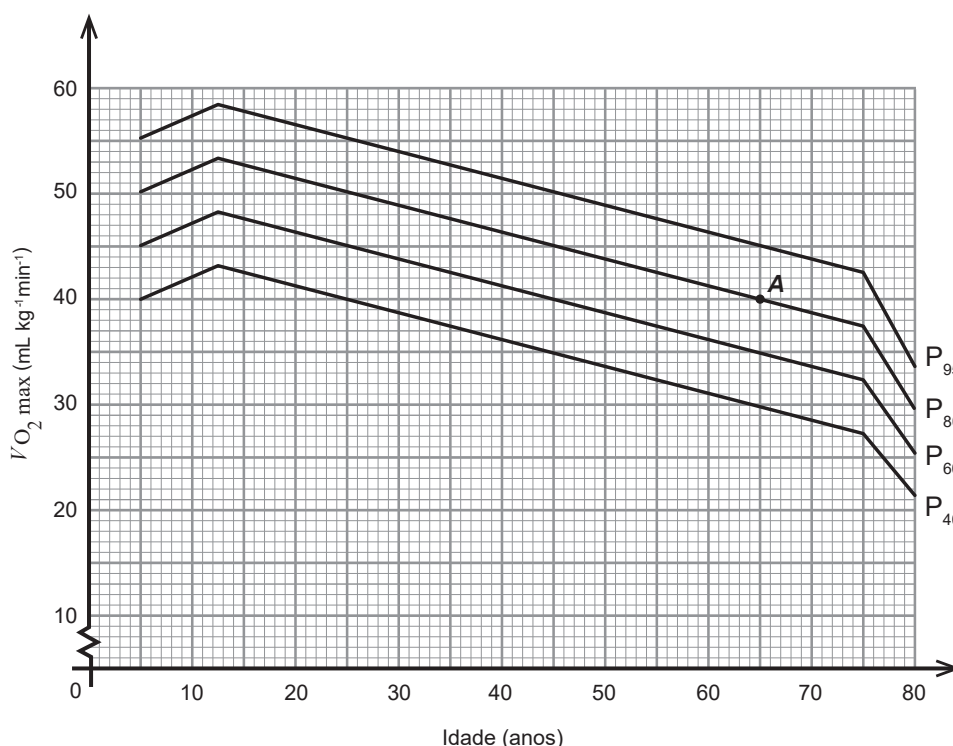


Figura 2

A localização do ponto A, de coordenadas (65, 40), assinalado na Figura 2, permite-nos concluir que um utilizador da AppCaminhadas com 65 anos de idade e com um $\dot{V}_{O_2 \max}$ de $40 \text{ mL kg}^{-1} \text{min}^{-1}$ se encontra no percentil 80. Ou seja, considerando-se os utilizadores da AppCaminhadas com 65 anos de idade, espera-se que, pelo menos, 80% tenham um $\dot{V}_{O_2 \max}$ inferior ou igual a $40 \text{ mL kg}^{-1} \text{min}^{-1}$.

Numa amostra com 200 utilizadores da AppCaminhadas, com 25 anos de idade, qual é o número mínimo dos que se espera que tenham um valor de $\dot{V}_{O_2 \max}$ inferior ou igual a $45 \text{ mL kg}^{-1} \text{min}^{-1}$?

- (A) 190 (B) 120 (C) 90 (D) 45

- * **6.2.** Foram recolhidos os valores do $V_{O_2 \text{ max}}$ ($\text{mL kg}^{-1} \text{ min}^{-1}$) de alguns dos utilizadores da aplicação AppCaminhadas no momento em que terminaram uma caminhada.

Os valores recolhidos foram organizados nas classes $[10, 20[$, $[20, 30[$, ... , $[50, 60[$, construindo-se, de seguida, um histograma de frequências relativas acumuladas, em percentagem, e um diagrama de extremos e quartis, que se apresentam na Figura 3.

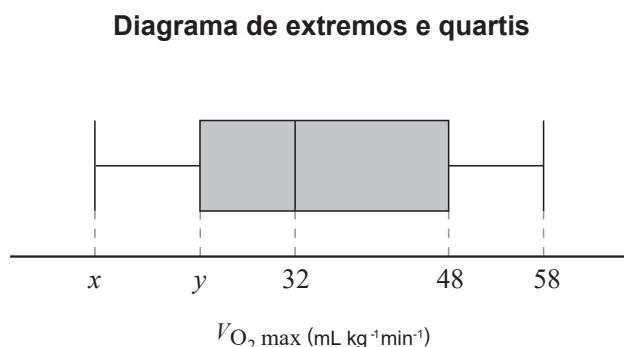
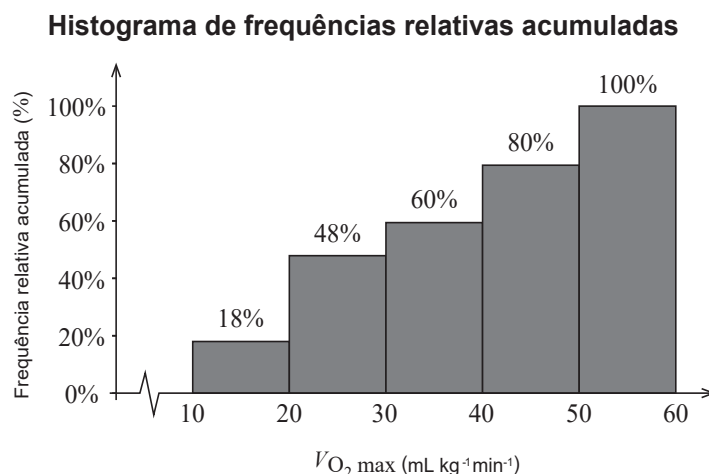


Figura 3

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

A classe modal dos dados recolhidos foi a classe **I** , e a classe à qual corresponde o menor número de utilizadores foi a classe **II** .

No diagrama de extremos e quartis, um possível valor de x é **III** , e um possível valor de y é **IV** .

I	II	III	IV
a) $[10, 20[$	a) $[10, 20[$	a) 11	a) 31
b) $[20, 30[$	b) $[20, 30[$	b) 9	b) 22
c) $[30, 40[$	c) $[30, 40[$	c) 7	c) 18

- * 6.3. Admita que, no diagrama de caule-e-folhas apresentado na Figura 4, estão registadas as medições do $\dot{V}_{O_2 \max}$ ($\text{mL kg}^{-1} \text{min}^{-1}$) realizadas num grupo A composto por 12 pessoas. O algarismo das dezenas de cada registo é apresentado no caule, e o algarismo das unidades é apresentado nas folhas.

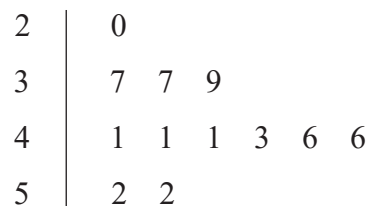


Figura 4

Mais tarde, fizeram-se medições num outro grupo, grupo B, composto por 24 pessoas.

Determine a média do $\dot{V}_{O_2 \max}$ ($\text{mL kg}^{-1} \text{min}^{-1}$) das pessoas do grupo B, sabendo-se que, no conjunto das 36 pessoas, a média do $\dot{V}_{O_2 \max}$ era $45 \text{ mL kg}^{-1} \text{min}^{-1}$.

- 6.4. Os praticantes de atletismo podem recorrer a estudos teóricos para prever o tempo mínimo necessário para concluir uma maratona, tendo em conta o valor do $\dot{V}_{O_2 \max}$ medido no início da maratona.

Num estudo teórico, relacionou-se cada valor do $\dot{V}_{O_2 \max}$ (x), em $\text{mL kg}^{-1} \text{min}^{-1}$, com a previsão do tempo mínimo (y), em minutos, necessário para concluir uma maratona.

Na Tabela 5, apresentam-se alguns dados recolhidos nesse estudo.

Tabela 5

x	36	48	60	72	84
y	250	198	164	140	122

Admita que a relação entre as variáveis x e y , da Tabela 5, é bem aproximada por uma regressão linear, na forma $y = a x + b$.

Um praticante de atletismo, no momento em que iniciou uma maratona, tinha um $\dot{V}_{O_2 \max}$ igual a $50 \text{ mL kg}^{-1} \text{min}^{-1}$.

Estime o tempo mínimo necessário para que o praticante de atletismo conclua essa maratona, com base no modelo de regressão linear.

Apresente o resultado em minutos, arredondado às unidades.

Na sua resposta, apresente:

- as listas que introduziu na calculadora;
- a equação da reta de regressão, com o valor de a arredondado com três casas decimais.

Página em branco

7. Nas várias edições de uma determinada prova de *trail*, recolheram-se diversos dados dos inscritos, que, ao longo dos anos, serviram de base para a realização de um estudo estatístico.

7.1. Junto dos inscritos na edição de 2024 desta prova de *trail*, os dados foram recolhidos com o intuito de se saber, entre outras coisas, se cada um deles já tinha participado numa prova deste tipo e se pertencia ao escalão etário Sub23.

Na Figura 5, apresentam-se os dados recolhidos, devidamente organizados.

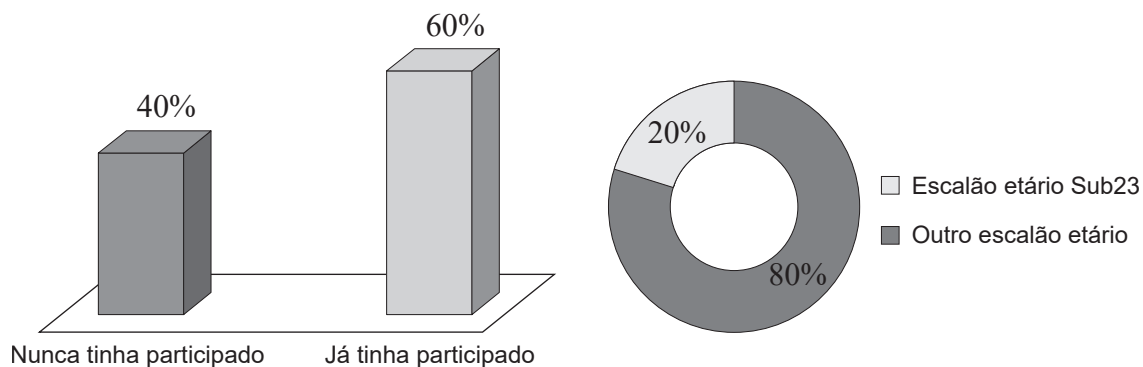


Figura 5

Admita que, na edição de 2024 desta prova de *trail*, dos inscritos que nunca tinham participado numa prova deste tipo, 35% pertenciam ao escalão etário Sub23.

Seleciona-se, ao acaso, um dos inscritos na edição de 2024 desta prova de *trail*.

Determine a probabilidade de esse inscrito já ter participado numa prova deste tipo e não pertencer ao escalão etário Sub23.

- * 7.2. Admita que o peso*, em quilogramas, dos inscritos nesta prova, ao longo dos anos, segue uma distribuição normal, de valor médio 72 quilogramas e desvio padrão σ quilogramas.

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, I, II, III e IV, seguido da opção, a), b) ou c), selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

Seleciona-se, ao acaso, um dos inscritos nesta prova.

A probabilidade de o seu peso ser superior a 80 quilogramas pode ser I , e a probabilidade de o seu peso ser superior a 78 quilogramas é igual à probabilidade de o seu peso ser inferior a II quilogramas. A probabilidade de esse inscrito ter um peso entre $72 - 2\sigma$ e $72 + 2\sigma$ quilogramas é, aproximadamente, III .

A probabilidade de o seu peso ser inferior a IV quilogramas é igual a, aproximadamente, 0,15865.

I	II	III	IV
a) 0,45	a) 58	a) 0,34135	a) $72 - \sigma$
b) 0,50	b) 66	b) 0,47725	b) $72 - 2\sigma$
c) 0,55	c) 68	c) 0,49865	c) $72 - 3\sigma$

* Na sua aceção corrente, a palavra «peso» é utilizada como sinónimo de massa.

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 10 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.1.	1.2.	2.	4.	5.1.	5.3.	6.1.	6.2.	6.3.	7.2.	Subtotal
Cotação (em pontos)	15	19	15	19	15	15	15	15	19	15	162
Destes 4 itens, contribuem para a classificação final da prova os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	3.		5.2.			6.4.		7.1.		Subtotal	
Cotação (em pontos)	2 x 19 pontos										38
TOTAL											200

Prova 835

2.^a Fase

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2025

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Critérios de Classificação

8 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

Nas respostas aos itens de seleção, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra ou do número correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de classificação definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).

10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. 15 pontos

(D)

1.2. 19 pontos

Indicar o número mínimo de votos para obtenção de maioria absoluta (14) 4 pontos

Calcular o número de primeiras preferências de cada prova 4 pontos
[Trail dos Abutres – 12; Trail dos Morcegos – 8; Trail das Linhas de Torres – 7]

Calcular o número de últimas preferências de cada prova 4 pontos
[Trail dos Abutres – 15; Trail dos Morcegos – 8; Trail das Linhas de Torres – 4]

Eliminar o Trail dos Abutres 1 ponto

Calcular o número de primeiras preferências de cada prova, após a eliminação
do Trail dos Abutres 4 pontos
[Trail dos Morcegos – 8; Trail da Serra d'Arga – 4; Trail das Linhas de Torres – 15]

Concluir 2 pontos
[A Luísa selecionou a prova Trail das Linhas de Torres.]

2. 15 pontos

I → a) II → a) III → c) IV → c)

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	15
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	11
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	7

3. 19 pontos

Indicar o valor da inscrição, realizada em setembro de 2024,
na prova K100 (60 €) 2 pontos

Indicar o valor da inscrição, realizada em janeiro de 2025,
na prova K100 (90 €) 2 pontos

Calcular o valor da inscrição da equipa na prova K100/2 (80 €) 3 pontos

Calcular o valor das quatro inscrições na prova K50 (140 €) 3 pontos

Calcular o valor do transporte dos participantes na prova K100/2 (8 €) 2 pontos

Calcular o valor do transporte dos participantes na prova K50 (12 €) 2 pontos

Calcular o valor total das despesas (390 €) 2 pontos

Calcular o valor participado pela empresa (234 €) 3 pontos

4. 19 pontos

Apresentar um grafo com as arestas seleccionadas 12 pontos

Identificar os vértices 2 pontos

Desenhar as arestas 10 pontos

Determinar o comprimento do percurso da prova (8765 m) 4 pontos

Apresentar a ordem de passagem pelos postos de controlo 3 pontos

[C2 – C4 – C3 – C1 – C5]

5.1. 15 pontos

I → c) II → a) III → c) IV → b)

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	15
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	11
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	7

5.2. 19 pontos

Determinar o número total de utilizadores da AppCaminhadas, em milhares, em Portugal, no ano em causa (28) 5 pontos

Apresentar os gráficos (**ver nota**) 7 pontos

Representar graficamente a função C 4 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y = 28$ 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos 1 ponto

Apresentar a abcissa do ponto relevante (3,31) 3 pontos

Concluir 4 pontos

[No decorrer do ano de 2003, em Portugal, existiam 5600 subscritores da versão *Premium* da AppCaminhadas.]

Nota – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em um ponto.

5.3. 15 pontos

(A)

6.1. 15 pontos

(B)

6.2. 15 pontos

I → b) II → c) III → a) IV → b)

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	15
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	11
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	7

6.3. 19 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Determinar a média do $\dot{V}_{O_2 \max}$ das pessoas do grupo A (41,25) 5 pontos

Escrever $\frac{41,25 \times 12 + 24a}{36} = 45$ (ou equivalente) 5 pontos

Escrever $495 + 24a = 1620$ (ou equivalente) 4 pontos

Obter o valor solicitado ($46,875 \text{ mL kg}^{-1} \text{ min}^{-1}$) 5 pontos

2.º Processo

Escrever $\frac{20 + 37 \times 2 + 39 + 41 \times 3 + 43 + 46 \times 2 + 52 \times 2 + 24a}{36} = 45$

(ou equivalente) 10 pontos

Escrever $495 + 24a = 1620$ (ou equivalente) 4 pontos

Obter o valor solicitado ($46,875 \text{ mL kg}^{-1} \text{ min}^{-1}$) 5 pontos

6.4. 19 pontos

Apresentar as listas introduzidas na calculadora 5 pontos

Apresentar a equação da reta de regressão ($y = -2,617x + 331,8$) 6 pontos

Identificar x com 50 3 pontos

Estimar o tempo mínimo necessário (201 minutos) 5 pontos

Considerem-se os acontecimentos seguintes:

N : «O inscrito nunca tinha participado numa prova deste tipo»

S : «O inscrito pertence ao escalão etário Sub23»

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Determinar $P(N \cap S)$ 12 pontos

Escrever $P(S|N) = 0,35$ 3 pontos

Escrever $P(N) = 0,4$ 1 ponto

Obter $P(N \cap S)$ (0,14) 8 pontos

Determinar $P(\overline{N} \cap \overline{S})$ 7 pontos

Determinar $P(N \cap \overline{S})$ (0,26) 3 pontos

Escrever $P(\overline{S}) = 0,8$ 1 ponto

Obter $P(\overline{N} \cap \overline{S})$ (0,54) 3 pontos

OU

Determinar $P(\overline{N} \cap S)$ (0,06) 3 pontos

Escrever $P(\overline{N})$ (0,6) 1 ponto

Obter $P(\overline{N} \cap \overline{S})$ (0,54) 3 pontos

2.º Processo

Escrever $P(N) = 0,4$ 1 ponto

Escrever $P(S|N) = 0,35$ 3 pontos

Determinar $P(\overline{S}|N)$ (0,65) 3 pontos

Determinar $P(N \cap \overline{S})$ (0,26) 8 pontos

Escrever $P(\overline{S}) = 0,8$ 1 ponto

Determinar $P(\overline{N} \cap \overline{S})$ (0,54) 3 pontos

3.º Processo

Escrever $P(N) = 0,4$ 1 ponto

Escrever $P(S|N) = 0,35$ 3 pontos

Determinar $P(N \cap S)$ (0,14) 8 pontos

Escrever $P(S) = 0,2$ 1 ponto

Determinar $P(\overline{N} \cap S)$ (0,06) 2 pontos

Escrever $P(\overline{S}) = 0,8$ 1 ponto

Determinar $P(\overline{N} \cap \overline{S})$ (0,54) 3 pontos

7.2. 15 pontos

I → a) II → b) III → b) IV → a)

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	15
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	11
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	7

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 10 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.1.	1.2.	2.	4.	5.1.	5.3.	6.1.	6.2.	6.3.	7.2.	Subtotal
Cotação (em pontos)	15	19	15	19	15	15	15	15	19	15	162
Destes 4 itens, contribuem para a classificação final da prova os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	3.		5.2.			6.4.		7.1.		Subtotal	
Cotação (em pontos)	2 x 19 pontos										38
TOTAL											200