

Exame Final Nacional de Matemática B
Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2025

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

13 Páginas

A prova inclui 10 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 4 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, apenas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nas respostas aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados, como:

- os gráficos obtidos, em referencial cartesiano, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r}{180}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{Diagonal\ menor \times Diagonal\ maior}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ menor + Base\ maior}{2} \times Altura$

Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$

Sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r^2}{360}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ (r – raio)

Área lateral de um cilindro reto: $2\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ (r – raio)

Cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

1. Admita que, numa empresa, o custo total de produção, C , em euros, de um determinado produto, em função da quantidade produzida, x , em unidades, é dado por

$$C(x) = 0,01x^3 - 0,5x^2 + 100x + 2000, \text{ com } 0 \leq x \leq 150$$

- * 1.1. Complete o texto, de acordo com o modelo apresentado, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, I, II e III, seguido da opção, a), b) ou c), selecionada.

«A empresa tem custos fixos de produção relativamente a este produto, isto é, custos que não dependem da quantidade produzida, no valor de _____ I _____ euros.

O valor máximo do custo total de produção que a empresa pode ter é de _____ II _____ euros.

Se a empresa produzir 10 unidades, o custo por unidade é igual a _____ III _____ euros.»

I	II	III
a) 2000	a) 150	a) 296
b) 2050	b) 10 906,25	b) 2960
c) 2100	c) 39 500	c) 29 600

- * 1.2. Determine o número de unidades que a empresa deve produzir, para que o custo total de produção seja de 17 000 euros.

2. Pretende-se construir um monumento de homenagem a Luís de Camões. Foram apresentados três projetos, P1, P2 e P3, tendo como base uma esquematização do livro *Os Lusíadas*, tal como se sugere na fotografia da Figura 1.



Figura 1

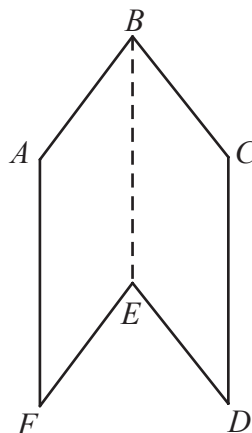


Figura 2

Na Figura 2, que não está à escala, apresenta-se um esquema de parte do monumento, em que:

- $[ABEF]$ e $[BCDE]$ são retângulos geometricamente iguais;
- $\overline{AB} = 3 \text{ m}$, $\overline{BE} = 4 \text{ m}$ e $\hat{ABC} = 60^\circ$.

Os projetos diferem no suporte de abertura do ponto A ao ponto C , como se sugere nos esquemas da Figura 3, que não estão à escala.

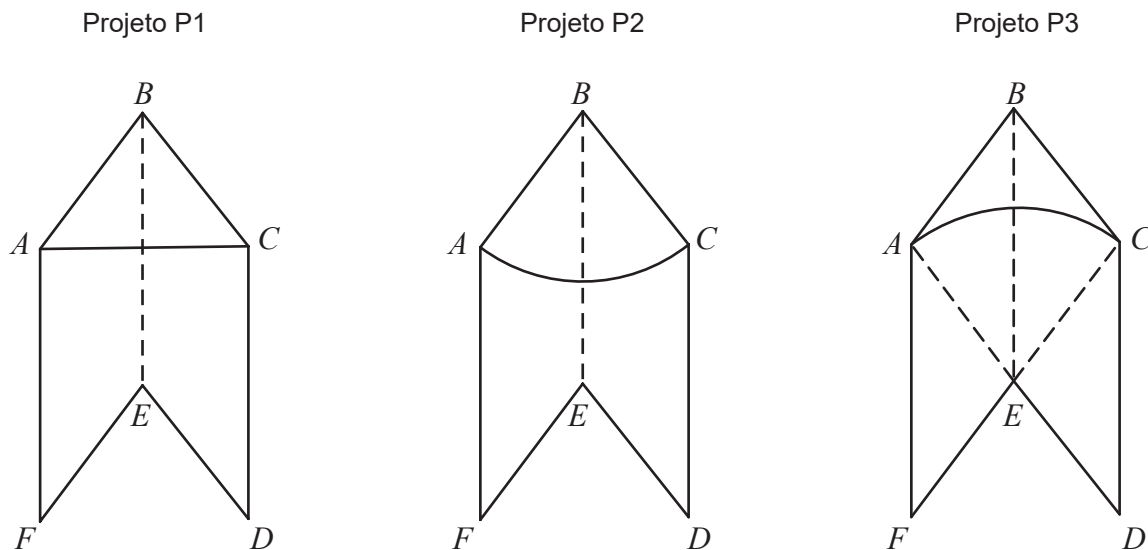


Figura 3

* 2.1. No projeto P1, é proposto um suporte retilíneo, como se sugere no esquema da Figura 3.

Qual é o valor de $\overline{AC}$, em metros, nesse projeto?

(A) 5

(B) 4

(C) 3

(D) 1,5

2.2. Numa primeira seleção, decidiu-se que o monumento a construir teria um suporte de abertura em arco. Esse suporte será de ouro, e pretende-se escolher, de entre os projetos P2 e P3, aquele em que o comprimento do arco AC seja menor.

Como se sugere no esquema da Figura 3:

- no projeto P2, é proposto um suporte com a forma do arco de circunferência AC , com centro no ponto B e raio $\overline{AB}$;
- no projeto P3, é proposto um suporte com a forma do arco de circunferência AC , com centro no ponto E e raio $\overline{AE}$.

Admita que $\widehat{AEC} = 35^\circ$.

Qual dos dois projetos, P2 ou P3, deve ser escolhido?

Justifique a sua resposta.

3. O PISA (*Programme for International Student Assessment*), desenvolvido pela OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico), é um instrumento que visa avaliar a literacia dos alunos de 15 anos em várias áreas.

* 3.1. Na Tabela 1, apresentam-se as pontuações médias nas áreas da Leitura e da Matemática, obtidas pelos alunos portugueses de 15 anos, que participaram em algumas edições do PISA, em vários anos.

Tabela 1

Pontuação média em Leitura (x)	Pontuação média em Matemática (y)
470	454
478	466
472	466
489	487
488	487
498	492
492	492
477	472

Fonte: Pordata, consultado em setembro de 2024

Admita válido o modelo de regressão linear da pontuação média em Matemática, y , sobre a pontuação média em Leitura, x , obtido a partir dos dados apresentados na tabela.

Suponhamos que, num certo ano, os alunos portugueses de 15 anos que realizaram o teste obtiveram 495 de pontuação média em Leitura.

Estime, com base no modelo proposto, o correspondente valor da pontuação média em Matemática.

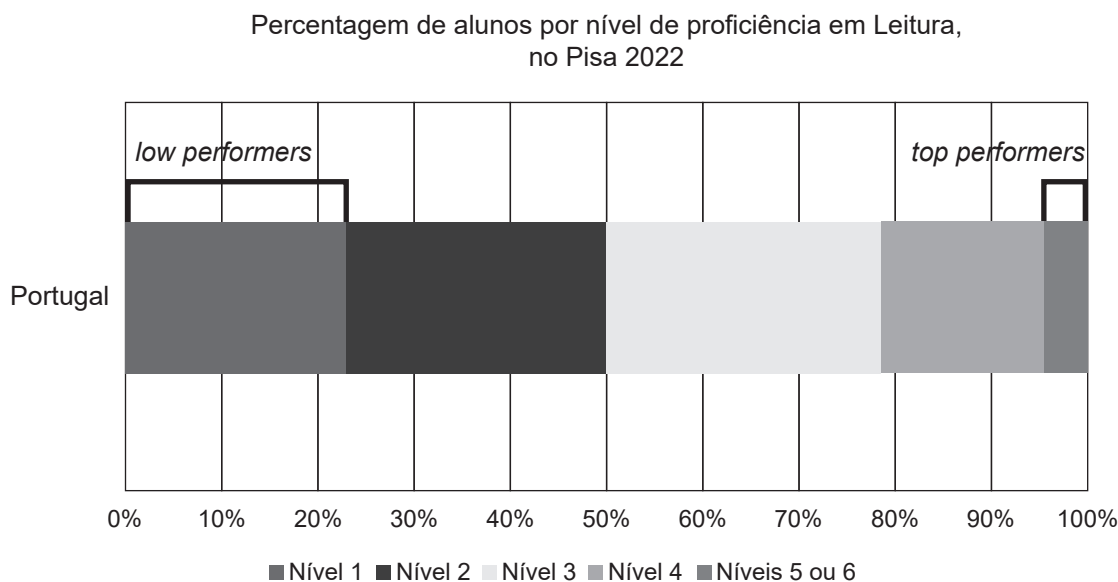
Na sua resposta, apresente:

- os valores dos parâmetros da equação da reta de regressão linear de y sobre x , arredondados com três casas decimais;
- o valor pedido, arredondado às unidades.

- * 3.2. Em Portugal, no ano de 2022, o PISA foi aplicado a 6793 alunos. As competências de Leitura são classificadas em seis níveis de proficiência, que variam do nível 1 ao nível 6.

O gráfico da Figura 4 é referente aos níveis de proficiência em Leitura, em Portugal. De acordo com este gráfico:

- 4,7% dos alunos alcançaram os níveis 5 ou 6 – *top performers*;
- 23,1% dos alunos pontuaram abaixo do nível 2 – *low performers*.



Fonte: Relatório Nacional do PISA, 2022

Figura 4

Quantos alunos, aproximadamente, atingiram os níveis 2, 3 ou 4 de proficiência?

- (A) 1888 (B) 4905 (C) 5224 (D) 6474

- * 4. Todos os anos, a Antónia compra vários livros na Feira do Livro de Lisboa, uns para si e outros para oferecer.

Este ano, comprou 3 livros de literatura e 2 livros técnicos, todos diferentes.

A Antónia vai tirar à sorte dois desses livros para os oferecer ao Bruno.

Determine a probabilidade de a Antónia oferecer, pelo menos, um livro de literatura ao Bruno.

Apresente o valor pedido na forma de percentagem.

- * 5. Numa aula de Física, procedeu-se a uma experiência, utilizando sensores, para medir os valores da velocidade de um robô num determinado trajeto.

Seja v a função que faz corresponder o tempo, t , em segundos, durante os primeiros 120 segundos do movimento do robô, ao respetivo valor da velocidade, em m/s .

Seja F a função que dá a taxa de variação instantânea da função v para cada valor de t .

Sabe-se que:

- entre os 30 segundos e os 50 segundos, a taxa média de variação da função v é um número positivo;
- a partir dos 60 segundos, a velocidade do robô é crescente.

Na Figura 5, estão representados dois gráficos, A e B, em referencial cartesiano e ortogonal.

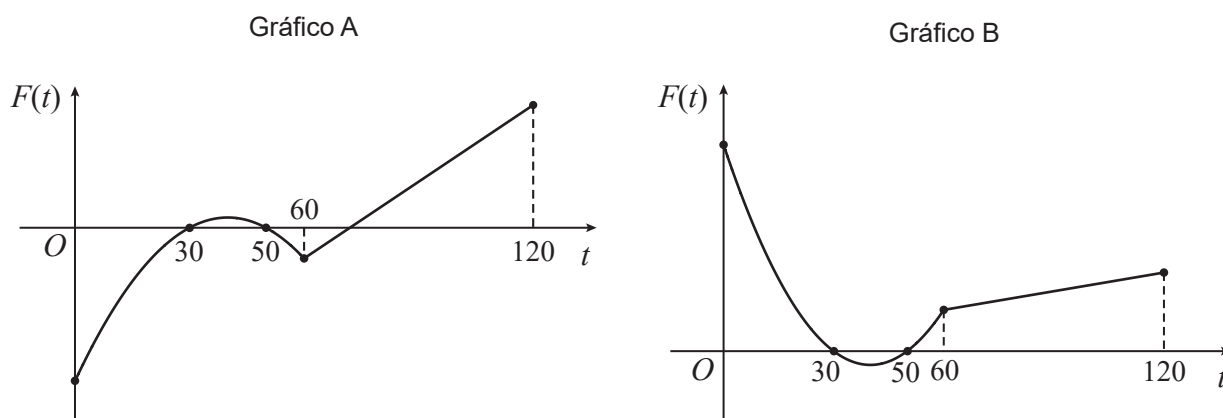


Figura 5

Justifique que nem o Gráfico A nem o Gráfico B podem representar a função F .

Apresente uma justificação para cada um dos gráficos.

6. A Figura 6 é uma fotografia de uma tigela, datada do século XI, com a representação de uma corça, exposta no Museu de Mértola. A Figura 7 é uma representação geométrica plana da vista de cima dessa tigela.



Figura 6



Figura 7

No esquema da Figura 7, que não está à escala, podem observar-se:

- duas circunferências concêntricas, de centro O , com diâmetros 20 cm e 12 cm ;
- uma linha poligonal constituída por dezasseis segmentos de reta, com igual comprimento, cujos vértices pertencem, alternadamente, a uma e outra circunferências.

Em cada uma das circunferências, os arcos de circunferência entre dois pontos consecutivos têm o mesmo comprimento.

- * 6.1. Determine o comprimento da linha poligonal constituída pelos dezasseis segmentos de reta.

Apresente o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, utilize quatro casas decimais.

- * 6.2. Na Figura 8, está representado, em referencial ortogonal e monométrico, Oxy , o esquema da Figura 7, em que:

- o ponto A é um vértice da linha poligonal;
- os pontos de intersecção da circunferência de diâmetro 20 cm com os eixos coordenados são vértices da linha poligonal.

A unidade de medida no referencial é o centímetro.

Determine as coordenadas do ponto A .

Apresente os valores das coordenadas arredondados às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, utilize duas casas decimais.

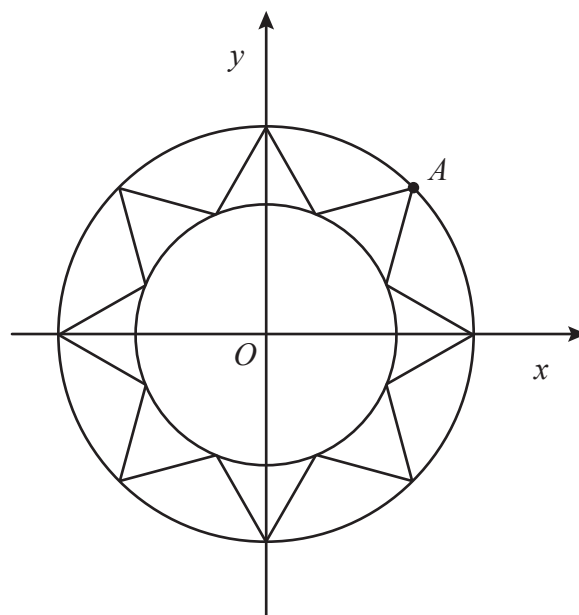


Figura 8

7. Para medir a temperatura, podem utilizar-se diferentes escalas:

- escala Celsius, em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$), utilizada, por exemplo, na Europa, na qual, em certas condições, 0°C e 100°C correspondem, respetivamente, ao ponto de congelamento e ao ponto de ebulição da água;
- escala Fahrenheit, em graus Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$), utilizada, por exemplo, nos Estados Unidos da América;
- escala Kelvin, em kelvin (K), utilizada no Sistema Internacional, em que 0 K é designado «zero absoluto».

As fórmulas seguintes permitem fazer, respetivamente, conversões de valores de temperatura entre graus Celsius, C , e graus Fahrenheit, F , e entre graus Celsius, C , e kelvin, K .

$$F = 1,8C + 32$$

$$K = C + 273,15$$

*** 7.1.** Complete o texto, de acordo com os dados apresentados, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II** e **III**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada.

«O valor da temperatura de congelamento da água, em graus Fahrenheit, é _____ **I** _____, e o valor da temperatura da ebulição da água, em kelvin, é _____ **II** _____.

O zero absoluto da escala Kelvin corresponde a _____ **III** _____ graus Celsius.»

I	II	III
a) 0	a) 100	a) $-273,15$
b) 18	b) $173,15$	b) 0
c) 32	c) $373,15$	c) $273,15$

7.2. Admita que a temperatura média da superfície do Sol é 5778 K .

Determine, utilizando as fórmulas apresentadas, o valor da temperatura média da superfície do Sol, em graus Fahrenheit, de acordo com o valor admitido.

Apresente o valor pedido arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, não proceda a arredondamentos.

8. Na Figura 9, estão representados os três primeiros elementos de uma composição geométrica com hexágonos regulares, h_1 , h_2 e h_3 , em que cada hexágono, a partir do segundo, tem $\frac{1}{4}$ da área do hexágono anterior.

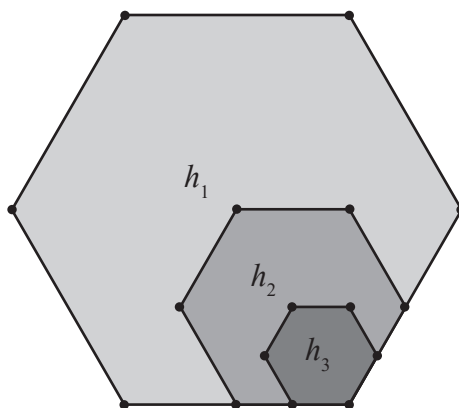


Figura 9

Considere que a área do hexágono h_1 é 1 .

Determine a área do sétimo hexágono desta composição geométrica.

Apresente o valor pedido na forma de fração.

9. Em Portugal, para se apurar o vencedor das eleições presidenciais, utiliza-se o método seguinte:

- realiza-se uma primeira votação, na qual é eleito Presidente da República o candidato que obtiver mais de 50% dos votos validamente expressos;
- se tal não se verificar, realiza-se uma segunda votação em que participam apenas os dois candidatos mais votados na primeira votação, sendo eleito presidente o candidato mais votado na segunda votação.

Na Tabela 2, apresenta-se o resultado da contagem de votos validamente expressos atribuídos a cada candidato concorrente a umas eleições presidenciais, em Portugal.

Tabela 2

Candidato	A	B	C	D
N.º de votos validamente expressos	1 443 683	2 629 597	1 185 867	418 961

Justifique que, nesta eleição, foi necessária a realização da segunda votação e identifique os candidatos que nela participaram.

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 10 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.1.	1.2.	2.1.	3.1.	3.2.	4.	5.	6.1.	6.2.	7.1.	Subtotal
Cotação (em pontos)	14	18	14	18	14	18	18	18	18	14	164
Destes 4 itens, contribuem para a classificação final da prova os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	2.2.	7.2.	8.	9.							Subtotal
Cotação (em pontos)	2 × 18 pontos										36
TOTAL											200

Prova 735

2.^a Fase

Exame Final Nacional de Matemática B
Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2025

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Critérios de Classificação

10 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

Nas respostas aos itens de seleção, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra ou do número correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de classificação definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização, nomeadamente, a representação, em referencial cartesiano, do(s) gráfico(s) visualizado(s).

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas.	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).

8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa, quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. 14 pontos

I → a) II → c) III → a)

Este item deve ser classificado de acordo com os níveis de desempenho seguintes.

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as três opções corretas.	14
2	Completa o texto apenas com duas opções corretas.	9
1	Completa o texto apenas com uma opção correta.	4

1.2. 18 pontos

Representar graficamente a função C (ver notas 1 e 2) 5 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y = 17\,000$ (ver nota 2) 5 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos 4 pontos

Obter a abcissa desse ponto 3 pontos

Apresentar o valor pedido (100) 1 ponto

Notas:

- 1 – Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.
Se não for representada a forma de arco de parábola, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 2 pontos.
- 2 – Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 2 pontos.

2.1. 14 pontos

Opção (C)

2.2. 18 pontos

Determinar o comprimento do arco AC (projeto P2) 5 pontos

Escrever uma expressão para o comprimento do arco

$\left(\frac{60 \times \pi \times 3}{180}, \text{ ou equivalente}\right)$ (**ver nota**) 3 pontos

Determinar o comprimento do arco (π) (**ver nota**) 2 pontos

Determinar o comprimento do arco AC (projeto P3) 11 pontos

Escrever $\overline{AE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BE}^2$ (ou equivalente) 4 pontos

Obter $\overline{AE}$ (5) 2 pontos

Escrever uma expressão para o comprimento do arco

$\left(\frac{35 \times \pi \times 5}{180}, \text{ ou equivalente}\right)$ (**ver nota**) 3 pontos

Determinar o comprimento do arco $\left(\frac{35}{36}\pi\right)$ (**ver nota**) 2 pontos

Concluir que deve ser escolhido o projeto P3 (**ver nota**) 2 pontos

Nota – Se forem utilizados valores aproximados para os comprimentos dos arcos, com o mesmo número de casas decimais, que permitam estabelecer a desigualdade pretendida, a pontuação a atribuir a estas etapas não deve ser desvalorizada.

3.1. 18 pontos

Identificar as listas introduzidas na calculadora (por exemplo, «lista 1: Leitura; lista 2: Matemática») 1 ponto

Apresentar os parâmetros da equação da reta de regressão linear (1,358 e -178,884) (5 + 5) 10 pontos

Associar x a 495 4 pontos

Obter o valor pedido (493) 3 pontos

3.2. 14 pontos

Opção (B)

4. 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Obter o número de casos possíveis 6 pontos

Obter o número de casos favoráveis 6 pontos

Aplicar a Lei de Laplace $\left(\frac{9}{10}, \text{ ou equivalente}\right)$ 5 pontos

Obter o valor pedido (90%) 1 ponto

2.º Processo

Obter a probabilidade de a Antónia oferecer dois livros técnicos 13 pontos

Obter o número de casos possíveis 6 pontos

Obter o número de casos favoráveis 2 pontos

Aplicar a Lei de Laplace $\left(\frac{1}{10}, \text{ ou equivalente}\right)$ 5 pontos

Obter a probabilidade de a Antónia oferecer pelo menos um livro de literatura

$\left(\frac{9}{10}, \text{ ou equivalente}\right)$ 4 pontos

Obter o valor pedido (90%) 1 ponto

5. 18 pontos

Tópicos de resposta

- Justifica que a função representada no Gráfico A não pode ser a função F .

Exemplo de resposta:

– «A função representada no gráfico A não pode ser a função F , porque, após os 60 segundos, existe um intervalo de tempo em que a função representada é negativa, o que significa que, nesse intervalo, a velocidade estaria a diminuir e não a aumentar.»

- Justifica que a função representada no Gráfico B não pode ser a função F .

Exemplo de resposta:

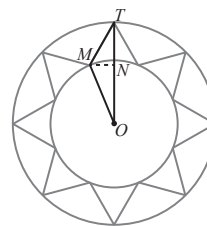
– «A função representada no gráfico B não pode ser a função F , porque, entre os 30 e os 50 segundos, a função representada é negativa, logo ter-se-ia que $v(50) < v(30)$, o que significa que a taxa de variação média da função v seria negativa em $[30, 50]$ e não positiva.»

Este item deve ser classificado de acordo com os parâmetros seguintes.

Parâmetro	Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
A Conteúdos	4	Apresenta, de forma completa, as duas justificações solicitadas.	16
	3	Apresenta, de forma completa, uma das justificações solicitadas e, de forma incompleta, a outra justificação.	12
	2	Apresenta, de forma completa, apenas uma das justificações solicitadas. OU Apresenta, de forma incompleta, as duas justificações solicitadas.	8
	1	Apresenta, de forma incompleta, apenas uma das justificações solicitadas.	4
B Linguagem Científica	2	Utiliza adequadamente o vocabulário específico da Matemática.	2
	1	Utiliza, embora com uma ou mais falhas, o vocabulário específico da Matemática.	1

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo



Considerar, por exemplo, o triângulo $[MOT]$, sendo M e T dois vértices consecutivos da linha poligonal, e o ponto N , projeção ortogonal de M em TO (como se representa na figura) 2 pontos

Obter $\hat{MOT}$ ($22,5^\circ$) 3 pontos

Determinar $\overline{MN}$ 3 pontos

Escrever $\sin 22,5^\circ = \frac{\overline{MN}}{6}$ (ou equivalente) 2 pontos

Obter $\overline{MN}$ 1 ponto

Determinar $\overline{ON}$ 3 pontos

Escrever $\cos 22,5^\circ = \frac{\overline{ON}}{6}$ (ou equivalente) ou aplicar o

Teorema de Pitágoras 2 pontos

Obter $\overline{ON}$ 1 ponto

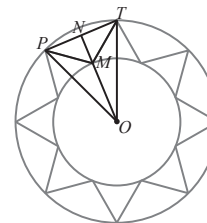
Obter $\overline{TN}$ 2 pontos

Determinar $\overline{MT}$ 3 pontos

Escrever $\overline{MT}^2 = \overline{MN}^2 + \overline{TN}^2$ (ou equivalente) 2 pontos

Obter $\overline{MT}$ 1 ponto

Obter o comprimento da linha poligonal ($80,2 \text{ cm}$) 2 pontos



2.º Processo

Considerar, por exemplo, o triângulo $[PTO]$, o ponto N , ponto médio de $[PT]$, e o ponto M , sendo P , M e T três vértices consecutivos da linha poligonal (como se representa na figura) 2 pontos

Obter $\widehat{PON}$ ($22,5^\circ$) 3 pontos

Determinar $\overline{PN}$ 3 pontos

Escrever $\sin 22,5^\circ = \frac{\overline{PN}}{10}$ (ou equivalente) 2 pontos

Obter $\overline{PN}$ 1 ponto

Determinar $\overline{ON}$ 3 pontos

Escrever $\cos 22,5^\circ = \frac{\overline{ON}}{10}$ (ou equivalente) ou aplicar o Teorema de Pitágoras 2 pontos

Obter $\overline{ON}$ 1 ponto

Obter $\overline{MN}$ 2 pontos

Determinar $\overline{PM}$ 3 pontos

Escrever $\overline{PM}^2 = \overline{PN}^2 + \overline{NM}^2$ (ou equivalente) 2 pontos

Obter $\overline{PM}$ 1 ponto

Obter o comprimento da linha poligonal ($80,2$ cm) 2 pontos

6.2. 18 pontos

Reconhecer que o ângulo formado pelo semieixo positivo Ox e a semirreta AO mede 45° (ou equivalente) 4 pontos

Reconhecer que o ponto A é vértice de um triângulo retângulo isósceles cuja hipotenusa é 10 4 pontos

Determinar a abcissa (ou a ordenada) de A 8 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever $10^2 = x^2 + x^2$ 5 pontos

Obter o valor de x 3 pontos

2.º Processo

Escrever $\sin 45^\circ = \frac{x}{10}$ (ou equivalente) 5 pontos

Obter o valor de x 3 pontos

Apresentar as coordenadas de A ($7,1; 7,1$) 2 pontos

7.1. 14 pontos

I → c) II → c) III → a)

Este item deve ser classificado de acordo com os níveis de desempenho seguintes.

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as três opções corretas.	14
2	Completa o texto apenas com duas opções corretas.	9
1	Completa o texto apenas com uma opção correta.	4

7.2. 18 pontos

Substituir K por 5778 na equação $K = C + 273,15$ 4 pontos

Obter C (5504,85) 5 pontos

Substituir C por 5504,85 na equação $F = 1,8C + 32$ 4 pontos

Obter o valor pedido (9941 °F) 5 pontos

8. 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que as áreas dos sucessivos hexágonos são termos consecutivos de uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{4}$ 6 pontos

Escrever uma expressão para o sétimo termo dessa progressão $\left(1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^6, \text{ ou equivalente}\right)$ 9 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{1}{4096}\right)$ 3 pontos

2.º Processo

Obter a área dos hexágonos h_2 a h_6 (3 × 5) 15 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{1}{4096}\right)$ 3 pontos

9. 18 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Determinar o número total de votos validamente expressos (5 678 108) 6 pontos

Determinar o número mínimo de votos necessários para um candidato vencer na primeira votação (2 839 055) 5 pontos

Referir que nenhum candidato obteve esse número mínimo de votos (ou equivalente) 3 pontos

Identificar os candidatos que participaram na segunda votação (A e B) 4 pontos

2.º Processo

Determinar o número total de votos validamente expressos (5 678 108) 6 pontos

Determinar a percentagem de votos obtidos pelo candidato mais votado ($\approx 46\%$) 5 pontos

Referir que a percentagem obtida não é superior a 50% (ou equivalente) 3 pontos

Identificar os candidatos que participaram na segunda votação (A e B) 4 pontos

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 10 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.1.	1.2.	2.1.	3.1.	3.2.	4.	5.	6.1.	6.2.	7.1.	Subtotal
Cotação (em pontos)	14	18	14	18	14	18	18	18	18	14	164
Destes 4 itens, contribuem para a classificação final da prova os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	2.2.	7.2.	8.	9.							Subtotal
Cotação (em pontos)	2 × 18 pontos										36
TOTAL											200