

Exame Final Nacional de Matemática A
Prova 635 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2026
12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

13 Páginas

A prova inclui 12 itens, devidamente identificados no enunciado (*), cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 6 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

As respostas aos itens da prova são registadas no caderno de respostas.

A prova inclui um formulário.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Assinale, na folha de respostas, a opção selecionada.

Nas respostas aos itens de construção, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida aproximação, apresente sempre o valor exato.

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área de um polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$

Área de um sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ (r – raio)

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Volume de um cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r – raio)

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n) :

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Trigonometria

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

Complexos

$(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho} e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$ ($k \in \{0, \dots, n-1\}$ e $n \in \mathbb{N}$)

Regras de derivação

$(u + v)' = u' + v'$

$(u v)' = u' v + u v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' v - u v'}{v^2}$

$(u^n)' = n u^{n-1} u'$ ($n \in \mathbb{R}$)

$(\sin u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \sin u$

$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u' e^u$

$(a^u)' = u' a^u \ln a$ ($a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$)

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$ ($a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$)

Limites notáveis

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ ($n \in \mathbb{N}$)

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty$ ($p \in \mathbb{R}$)

- * 1. O João comprou oito livros distintos para ler durante as férias, sendo quatro desses livros policiais.

O João pretende ler os oito livros, um após o outro.

De quantas maneiras o pode fazer, lendo os quatro policiais seguidos?

- (A) $5 \times 4!$
(B) $4! \times 4!$
(C) $2 \times 4! \times 4!$
(D) $5 \times 4! \times 4!$

2. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 4 - e^{3-x}(x+1) - \frac{1}{2}x^2 & \text{se } x \leq 3 \\ \frac{e^{x-3} - 1}{x^2 - 9} & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Resolva os itens 2.1., 2.2. e 2.3. sem recorrer à calculadora, exceto em eventuais cálculos numéricos.

- * 2.1. Averigue se a função f é contínua em $x = 3$.

- 2.2. Estude, no intervalo $]-\infty, 3[$, a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia e o(s) valor(es) de x em que a função f tem extremo(s) relativo(s), caso este(s) exista(m).

- 2.3. Mostre que existe, pelo menos, um ponto do gráfico da função f , de abcissa pertencente ao intervalo $]-1, 0[$, cuja ordenada é simétrica da abcissa.

- * 3. Existem vários indicadores utilizados na monitorização de um peso saudável. Dois desses indicadores são o Índice de Massa Corporal (IMC), expresso em quilogramas por metro quadrado, e a Taxa Metabólica Basal (TMB), expressa em quilocalorias por dia.

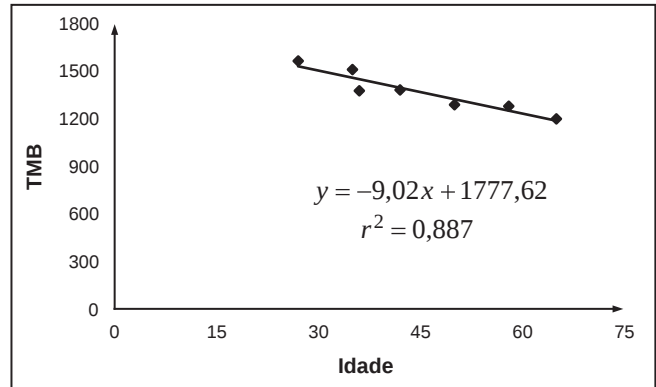
Na Tabela 1, apresentam-se os valores do IMC e da TMB de sete mulheres.

Na Figura 1, estão representados, para as variáveis idade, em anos, e TMB, em quilocalorias por dia, das sete mulheres:

- o diagrama de dispersão;
- a reta de regressão e a respetiva equação reduzida;
- o quadrado do coeficiente de correlação linear, r^2 .

Tabela 1

Mulheres	IMC (x)	TMB (y)
A	24,6	1282
B	23,4	1291
C	23,9	1385
D	27,5	1513
E	23,6	1379
F	22,7	1202
G	31,2	1567



Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com os dados apresentados.

Assinale, na folha de respostas, para cada letra, o número da opção selecionada.

A média dos valores da TMB das sete mulheres, arredondada às unidades, é **(a)** quilocalorias por dia.

Relativamente à distribuição dos valores do IMC apresentados na Tabela 1, existem exatamente **(b)** mulheres com IMC pertencente ao intervalo $]Q_1, Q_3[$, em que Q_1 e Q_3 são, respetivamente, o primeiro quartil e o terceiro quartil dessa distribuição.

O coeficiente de correlação linear entre as variáveis apresentadas na Tabela 1 é **(c)** ao coeficiente de correlação linear entre as variáveis apresentadas na Figura 1.

Relativamente às variáveis apresentadas no diagrama de dispersão, e admitindo a validade do modelo de regressão linear aí apresentado, uma mulher com 43 anos terá uma TMB aproximadamente igual a **(d)** quilocalorias por dia (valor arredondado às unidades).

(a)	(b)	(c)	(d)
(1) 1351	(1) 3	(1) inferior	(1) 1350
(2) 1374	(2) 4	(2) igual	(2) 1379
(3) 1379	(3) 5	(3) superior	(3) 1390

4. Na Figura 2, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$.

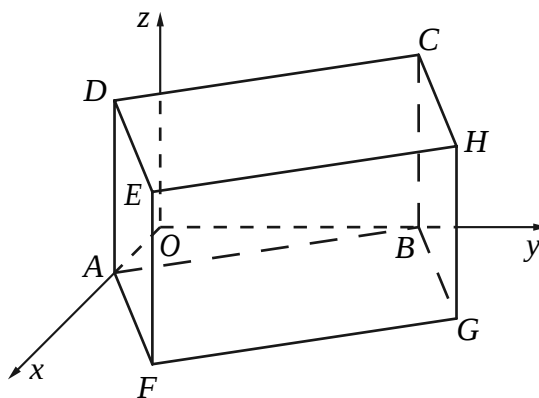


Figura 2

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo Ox , e o ponto B pertence ao eixo Oy ;
- o ponto C tem coordenadas $(0, 6, 4)$, e o ponto G tem coordenadas $(6, 9, 0)$;
- a reta DH é definida pela equação $(x, y, z) = (2, -3, 4) + k(1, 3, 0)$, $k \in \mathbb{R}$.

★ 4.1. Qual das equações seguintes define o plano perpendicular à reta DH e que passa no ponto G ?

- (A) $3x - y - 9 = 0$
- (B) $x + 3y - 33 = 0$
- (C) $6x - 2y + 27 = 0$
- (D) $2x + 6y + 15 = 0$

★ 4.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Determine uma equação da superfície esférica de centro no ponto A e que passa no ponto F .

5.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O item **5.(AE2018)** integra-se nas Aprendizagens Essenciais homologadas em 2018.

O item **5.(AE2023)** integra-se nas Aprendizagens Essenciais homologadas em 2023.

Responda apenas a um dos itens.

★ 5.(AE2018)

Qual das expressões seguintes é termo geral de uma sucessão monótona decrescente?

(A) $n^2 - 4n$

(B) $2n + 3$

(C) $\left(\frac{3}{2}\right)^n$

(D) $\left(\frac{2}{3}\right)^n$

★ 5.(AE2023)

Qual das expressões seguintes é termo geral de uma progressão geométrica cuja soma de todos os termos tem um valor finito?

(A) $n^2 - 4n$

(B) $2n + 3$

(C) $\left(\frac{3}{2}\right)^n$

(D) $\left(\frac{2}{3}\right)^n$

- ★ 6. A Margarida tem cinco pares de sapatos. Cada par de sapatos tem uma cor diferente: azul, branco, cinzento, vermelho e preto.

Para guardar os sapatos, a Margarida dispõe de uma sapateira com dez compartimentos iguais, identificados com as letras de A a J, como se ilustra na Figura 3.

Admita que a Margarida vai guardar, aleatoriamente, os cinco pares de sapatos na sapateira, um par de sapatos da mesma cor por compartimento.

Determine a probabilidade de o par de sapatos brancos e o par de sapatos pretos ficarem em compartimentos adjacentes*.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

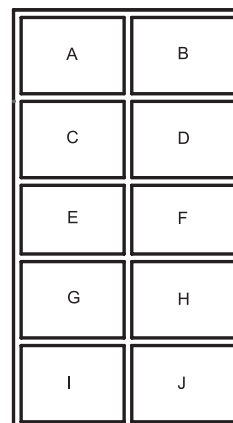


Figura 3

* Dois compartimentos dizem-se adjacentes quando partilham uma divisória física (ou quando têm um lado comum). Por exemplo, o compartimento C é adjacente aos compartimentos A, D e E.

7. O concessionário da praia da Ilha do Pessegueiro, num determinado dia de verão, registou o número de pessoas que utilizaram guarda-sol e o número de pessoas que utilizaram para-vento, tendo concluído que:
- 75% utilizaram o guarda-sol;
 - 22% não utilizaram o guarda-sol nem o para-vento;
 - uma em cada cinco das pessoas que utilizaram o guarda-sol também utilizou o para-vento.

Selecionou-se, ao acaso, uma pessoa que, nesse dia, esteve na praia da Ilha do Pessegueiro e não utilizou o para-vento.

Determine a probabilidade de essa pessoa ter utilizado o guarda-sol.

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

8. Na Figura 4, estão representados, em referencial o.n. Oxy , a circunferência de centro na origem, O , e raio 1, a reta r , de equação $y = 1$, o triângulo $[BCD]$ e o ponto A .

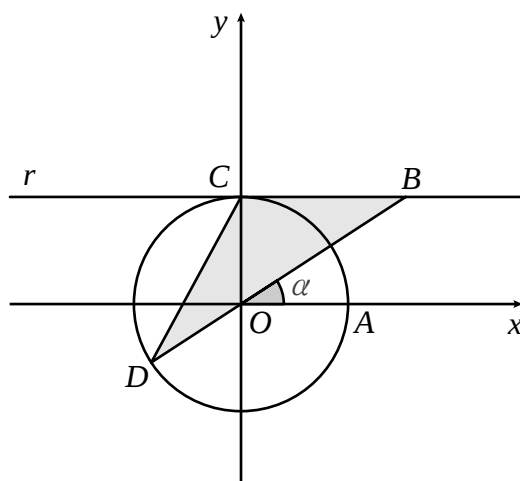


Figura 4

Sabe-se que:

- A é o ponto da circunferência que pertence ao semieixo positivo Ox ;
- C é o ponto da circunferência que pertence ao semieixo positivo Oy ;
- B é o ponto da reta r tal que a amplitude do ângulo AOB é α , com $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$;
- D é o ponto da circunferência tal que o segmento de reta $[BD]$ contém um diâmetro da circunferência.

Mostre que a área do triângulo $[BCD]$ é dada pela expressão

$$\frac{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)}{2 \sin \alpha}$$

9.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O item **9.(AE2018)** integra-se nas Aprendizagens Essenciais homologadas em 2018.

O item **9.(AE2023)** integra-se nas Aprendizagens Essenciais homologadas em 2023.

Responda apenas a um dos itens.

★ 9.(AE2018)

Mostre que, para qualquer $x \in \mathbb{R}$, a igualdade seguinte é verdadeira.

$$1 - \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) - \sin x \right)^2 = \sin(2x)$$

★ 9.(AE2023)

Considere a função f , de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = x^4 \ln x - 1$$

A função f é contínua e tem exatamente um zero no intervalo $]1, 2[$.

Determine, utilizando o método da bissecção, uma aproximação desse zero, com um erro inferior a $0,1$.

Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, pelo menos, três casas decimais.

- * 10. Considere, em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, o número $z = e^{i\theta}$, com $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{6}\right[$.

Na Figura 5, estão representados, no primeiro quadrante do plano complexo, o ponto P , afixo de z , e outros quatro pontos, A , B , C e D .

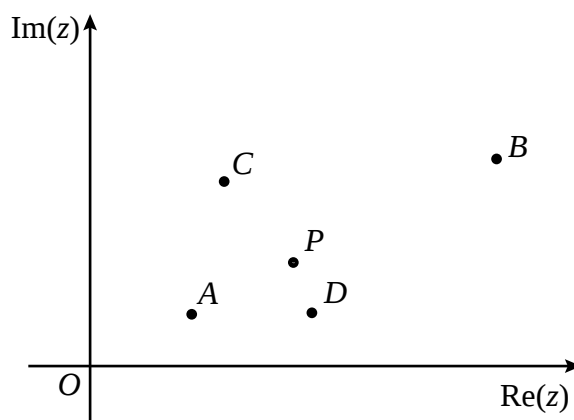


Figura 5

Qual desses quatro pontos pode ser o afixo do número complexo z^2 ?

- (A) Ponto A
- (B) Ponto B
- (C) Ponto C
- (D) Ponto D

11. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Considere, em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, o número $w = \frac{-\sqrt{3} + i^{37}}{2e^{i\left(-\frac{5\pi}{6}\right)}}$.

Determine as soluções da equação $z^2 = w$.

Apresente as soluções na forma $a + bi$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

* 12. A Inês pretende subscrever uma conta-poupança, com a duração de 25 anos, nas condições seguintes:

- no início de cada ano, a Inês compromete-se a depositar na conta a quantia fixa de 500 euros;
- durante os 25 anos, a Inês não pode fazer levantamentos nem depósitos adicionais;
- no fim de cada ano, ao capital existente na conta, é adicionado o valor do juro, calculado à taxa de juro anual de $j\%$.

O capital, C , em euros, existente na conta da Inês, no final dos 25 anos, é dado, em função da taxa de juro anual, j , em percentagem, por

$$C(j) = 500 \left(1 + \frac{100}{j} \right) \left(\left(1 + \frac{j}{100} \right)^{25} - 1 \right), \text{ com } j > 0$$

A Inês pretende obter, no final dos 25 anos, um acréscimo de 20% relativamente ao total das quantias depositadas.

Determine, recorrendo à calculadora, a taxa de juro anual, em percentagem, que a Inês deverá negociar com o banco, de modo a concretizar o seu objetivo.

Apresente o resultado arredondado às milésimas.

Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora.

Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- represente, em referencial cartesiano, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora e assinale o(s) ponto(s) relevante(s), que lhe permitem resolver a equação.

13.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 13.(AE2018)** integra-se nas Aprendizagens Essenciais homologadas em 2018.

O **item 13.(AE2023)** integra-se nas Aprendizagens Essenciais homologadas em 2023.

Responda apenas a um dos itens.

13.(AE2018)

Resolva este item sem recorrer à calculadora, exceto em eventuais cálculos numéricos.

A soma dos quatro últimos elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 288 101 .

Determine o segundo elemento dessa linha, sabendo também que o quarto elemento da linha seguinte é 287 980 .

13.(AE2023)

Uma agência de viagens pretende organizar um passeio que inclui a visita a uma praia portuguesa.

Para escolher a praia a visitar, a agência realizou uma votação junto de 250 dos seus clientes, de modo a saber qual destas quatro praias preferiam: praia do Almogrove (A); praia do Barril (B); praia do Cabedelo (C); praia da Duquesa (D).

Ao votar, cada cliente preencheu um boletim, no qual ordenou as quatro praias, A, B, C e D, de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido com uma certa ordenação corresponde a 1 voto.

A Tabela 2 apresenta as preferências de 200 desses 250 clientes.

Tabela 2

Votos Preferências	82	24	51	43
1.^a	B	C	A	D
2.^a	A	A	D	A
3.^a	C	D	B	C
4.^a	D	B	C	B

Os 50 clientes restantes votaram todos numa mesma ordenação das quatro praias, colocando a praia B numa posição superior à da praia A.

Concluída a votação, aplicou-se o método a seguir descrito.

- São atribuídos pontos a cada uma das praias, em função do seu lugar na ordem de preferência. Cada praia recebe:
 - quatro pontos por cada voto na 1.^a preferência;
 - três pontos por cada voto na 2.^a preferência;
 - dois pontos por cada voto na 3.^a preferência;
 - um ponto por cada voto na 4.^a preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada uma das praias, e a mais pontuada é considerada a praia preferida pelos clientes da agência de viagens.
- Em caso de empate, a tabela de preferências é reestruturada, contemplando-se, em cada coluna, apenas as praias empatadas, que ocuparão a 1.^a e a 2.^a preferências, mantendo-se a mesma ordem. A praia preferida pelos clientes da agência de viagens é a que obtiver maior número de votos na primeira preferência.

Mostre que a praia B não poderá ser a escolhida.

Na sua resposta, apresente:

- a pontuação de cada praia, resultante da aplicação do método acima descrito aos votos registados na Tabela 2;
- uma justificação para que a praia B não possa ser a escolhida, mesmo incluindo as votações possíveis dos 50 clientes.

* 14. Seja f uma função polinomial de grau cinco, e seja f' a primeira derivada da função f .

Na Figura 6, está representada, em referencial o.n. Oxy , parte do gráfico da função f' .

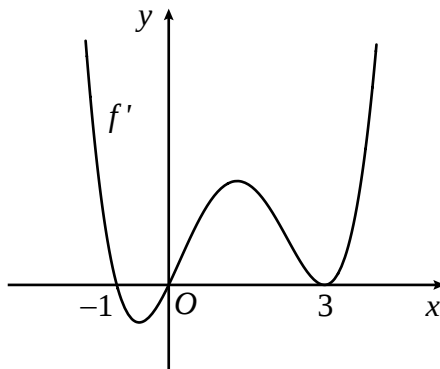


Figura 6

Sabe-se que:

- -1 , 0 e 3 são os zeros da função f' ;
- $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 0$;
- a função f' é monótona no intervalo $[3, +\infty[$.

Considere as proposições seguintes.

I. A função f admite três extremos.

II. O gráfico da função f tem concavidade voltada para baixo no intervalo $]3, +\infty[$.

Justifique que as proposições I e II são falsas.

Na sua resposta, apresente, para cada uma das proposições, uma razão que justifique a sua falsidade.

* 15. Considere, em referencial o.n. Oxy , a parábola que representa graficamente a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 - 1$, e a reta s , de equação $y = a$, com $a > -1$.

Determine, em função de a , o raio da circunferência que contém o vértice da parábola e os pontos de intersecção da parábola com a reta s .

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 12 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.1.	3.	4.1.	4.2.	5.	6.	9.	10.	12.	14.	15.	Subtotal
Cotação (em pontos)	12	14	12	12	14	12	14	14	12	14	14	14	158
Destes 6 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	2.2.		2.3.		7.		8.		11.		13.		Subtotal
Cotação (em pontos)	3 x 14 pontos												42
TOTAL													200

Prova 635

1.^a Fase

Exame Final Nacional de Matemática A

Prova 635 | 1.^a Fase | Ensino Secundário | 2026

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Critérios de Classificação

15 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de classificação definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso obrigatório das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação, num referencial, do gráfico da função ou dos gráficos das funções visualizados.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina (ver nota 1). O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «sem recorrer à calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).

10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Notas:

1. A título de exemplo, faz-se notar que não são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da fórmula da distância de um ponto a um plano ou da fórmula da distância entre dois planos paralelos, sem as respetivas deduções.
2. Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. 12 pontos

(D)

2.1. 14 pontos

Reconhecer que a função f é contínua em $x = 3$ se

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3)$ 2 pontos

Determinar $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ ou $f(3)$ 2 pontos

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(4 - e^{3-x}(x+1) - \frac{1}{2}x^2 \right)$

ou que $f(3) = 4 - e^{3-3}(3+1) - \frac{1}{2} \times 3^2$ 1 ponto

Escrever $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\frac{9}{2}$ ou $f(3) = -\frac{9}{2}$ 1 ponto

Determinar $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ 8 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{e^{x-3} - 1}{x^2 - 9}$ 1 ponto

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow 3^+} (e^{x-3} - 1) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - 9) = 0$ 1 ponto

Obter $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{e^{x-3} - 1}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{e^{x-3} - 1}{(x-3)(x+3)}$ (ou equivalente) 1 ponto

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{e^{x-3} - 1}{x - 3} = 1$ 2 pontos

Reconhecer que

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{e^{x-3} - 1}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{e^{x-3} - 1}{x - 3} \times \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x + 3}$ 1 ponto

Obter $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \frac{1}{6}$ 2 pontos

2.º Processo

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{e^{x-3} - 1}{x^2 - 9}$ 1 ponto

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow 3^+} (e^{x-3} - 1) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - 9) = 0$ 1 ponto

Obter $(e^{x-3} - 1)' = e^{x-3}$ 1 ponto

Obter $(x^2 - 9)' = 2x$ 1 ponto

Obter $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{e^{x-3}}{2x} = \frac{1}{6}$ 2 pontos

Concluir que $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \frac{1}{6}$ 2 pontos

Concluir que a função f não é contínua em $x = 3$ 2 pontos

2.2. 14 pontos

Determinar $f'(x)$ (ver nota 1)	3 pontos
Escrever $f'(x) = 0$	1 ponto
Determinar o zero de $f'(0)$	3 pontos
Apresentar um quadro de sinal de f' e de monotonia de f (ou equivalente) ..	4 pontos
Apresentar os intervalos de monotonia da função f (ver nota 2)	2 pontos
Apresentar o valor de x para o qual a função f tem extremo relativo (0)	1 ponto

Notas:

1. Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função f , a pontuação mínima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.
2. Se for apresentado o intervalo $]-\infty, 0[$, em vez de $]-\infty, 0]$, e o intervalo $]0, 3[$, em vez de $[0, 3[$, esta etapa deve ser considerada cumprida.

2.3. 14 pontos

Equacionar o problema ($f(x) = -x$, ou equivalente)	2 pontos
Considerar a função h , definida por $h(x) = f(x) + x$	2 pontos
Referir que a função h é contínua em $[-1, 0]$ (ver notas 1 e 2)	2 pontos
Determinar $h(-1) \left(\frac{5}{2}\right)$	2 pontos
Determinar $h(0)(4 - e^3)$	2 pontos
Referir que $h(0) < 0 < h(-1)$ (ou equivalente)	2 pontos
Referir que o pretendido resulta da aplicação do teorema de Bolzano-Cauchy (ver nota 3)	2 pontos

Notas:

1. Se apenas for referido que a função h é contínua no intervalo $]-\infty, 3[$, esta etapa deve ser considerada cumprida.
2. Se for referido que a função h é contínua em $]-1, 0[$, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.
3. A atribuição de 0 pontos à terceira etapa implica a atribuição de 0 pontos a esta etapa.

3. 12 pontos

(a) → (2) (b) → (1) (c) → (3) (d) → (3)

Este item deve ser classificado de acordo com os níveis de desempenho seguintes.

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	12
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	8
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	4

4.1. 12 pontos

(B)

4.2. 14 pontos

Determinar as coordenadas do ponto A 5 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que as coordenadas do ponto D são da forma

$(2 + k, -3 + 3k, 4)$ 1 ponto

Escrever $-3 + 3k = 0$ (ou equivalente) 1 ponto

Obter o valor de k (1) 1 ponto

Obter as coordenadas do ponto D $((3, 0, 4))$ 1 ponto

Escrever as coordenadas do ponto A $((3, 0, 0))$ 1 ponto

2.º Processo

Escrever uma equação vetorial da reta AG

$((x, y, z) = (6, 9, 0) + k(1, 3, 0), k \in \mathbb{R})$ 1 ponto

Reconhecer que as coordenadas do ponto A são da forma

$(6 + k, 9 + 3k, 0)$ 1 ponto

Escrever $9 + 3k = 0$ (ou equivalente) 1 ponto

Obter o valor de k (-3) 1 ponto

Obter as coordenadas do ponto A $((3, 0, 0))$ 1 ponto

Calcular o raio da superfície esférica 6 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que $F = D + \overrightarrow{CG}$ 1 ponto

Determinar as coordenadas do vetor $\overrightarrow{CG}$ ((6, 3, -4)) 1 ponto

Obter as coordenadas do ponto F ((9, 3, 0)) 2 pontos

Obter o raio da superfície esférica ($\sqrt{45}$) 2 pontos

2.º Processo

Reconhecer que $\overline{GB}$ é o raio da superfície esférica 3 pontos

Reconhecer que o ponto B tem coordenadas (0, 6, 0) 1 ponto

Obter o raio da superfície esférica ($\sqrt{45}$) 2 pontos

Apresentar o pedido $((x - 3)^2 + y^2 + z^2 = 45$, ou equivalente) 3 pontos

5. 12 pontos

5.(AE2018)

(D)

5.(AE2023)

(D)

6. 14 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

A resposta é enquadrada no 1.º, no 2.º ou no 3.º processo, de acordo com o número de casos possíveis apresentado.

1.º Processo

Apresentar o número de casos possíveis (${}^{10}A_5$, ou equivalente)
(ver nota 1) 4 pontos

Apresentar o número de casos favoráveis 8 pontos

Determinar o número de maneiras de o par de sapatos brancos e o par de sapatos pretos ficarem na mesma linha

$(5 \times 2! \times {}^8A_3$, ou equivalente) (ver nota 1) 3 pontos

Determinar o número de maneiras de o par de sapatos brancos e o par de sapatos pretos ficarem na mesma coluna

$(2 \times 4 \times 2! \times {}^8A_3$, ou equivalente) (ver nota 1) 3 pontos

Obter o número de casos favoráveis (ver nota 2) 2 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{13}{45}\right)$ (ver nota 3) 2 pontos

2.º Processo

Para o cálculo da probabilidade, o problema pode restringir-se à escolha de um compartimento para colocar o par de sapatos brancos e um compartimento para colocar o par de sapatos pretos.

Apresentar o número de casos possíveis (${}^{10}A_2$, ou equivalente)
(ver nota 1) 4 pontos

Apresentar o número de casos favoráveis 8 pontos

Determinar o número de maneiras de o par de sapatos brancos e o par de sapatos pretos ficarem na mesma linha ($5 \times 2!$, ou equivalente)
(ver nota 1) 3 pontos

Determinar o número de maneiras de o par de sapatos brancos e o par de sapatos pretos ficarem na mesma coluna
($2 \times 4 \times 2!$, ou equivalente) (ver nota 1) 3 pontos

Obter o número de casos favoráveis (ver nota 2) 2 pontos

Obter o valor pedido ($\frac{13}{45}$) (ver nota 3) 2 pontos

3.º Processo

Para o cálculo da probabilidade, o problema pode restringir-se à escolha de dois compartimentos para colocar o par de sapatos brancos e o par de sapatos pretos.

Apresentar o número de casos possíveis (${}^{10}C_2$, ou equivalente)
(ver nota 1) 4 pontos

Apresentar o número de casos favoráveis 8 pontos

Determinar o número de maneiras de escolher dois compartimentos na mesma linha (5, ou equivalente) (ver nota 1) 3 pontos

Determinar o número de maneiras de escolher dois compartimentos na mesma coluna (2×4 , ou equivalente) (ver nota 1) 3 pontos

Obter o número de casos favoráveis (ver nota 2) 2 pontos

Obter o valor pedido ($\frac{13}{45}$) (ver nota 3) 2 pontos

Notas:

1. Se a expressão apresentada não for equivalente à referida na etapa/subetapa, a pontuação a atribuir a esta etapa/subetapa é 0 pontos.
2. Se ambas as subetapas anteriores tiverem sido pontuadas com 0 pontos, a pontuação a atribuir a esta subetapa é 0 pontos.
3. Se a etapa relativa ao número de casos favoráveis e a etapa relativa ao número de casos possíveis tiverem sido pontuadas com 0 pontos, ou se o valor obtido não pertencer ao intervalo $[0, 1]$, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.

7. 14 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

Designemos por S o acontecimento «a pessoa utilizou o guarda-sol» e por V o acontecimento «a pessoa utilizou o para-vento».

1.º Processo

Reconhecer que $P(S) = 0,75$	1 ponto
Reconhecer que $P(\bar{S} \cap \bar{V}) = 0,22$	1 ponto
Reconhecer que $P(V S) = \frac{1}{5}$	2 pontos
Obter $P(S \cap V)$ (0,15)	2 pontos
Identificar o pedido com $P(S \bar{V})$	2 pontos
Reconhecer que $P(S \bar{V}) = \frac{P(S \cap \bar{V})}{P(\bar{V})}$	1 ponto
Reconhecer que $P(S \cap \bar{V}) = P(S) - P(S \cap V)$	1 ponto
Obter $P(S \cap \bar{V})$ (0,6)	1 ponto
Reconhecer que $P(\bar{V}) = P(\bar{S} \cap \bar{V}) + P(S \cap \bar{V})$	1 ponto
Obter $P(\bar{V})$ (0,82)	1 ponto
Obter o valor pedido (73%)	1 ponto

2.º Processo

Apresentar uma tabela de dupla entrada cujas entradas sejam: S e $\bar{S}$; V e $\bar{V}$	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(S)$ (0,75)	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(\bar{S} \cap \bar{V})$ (0,22)	1 ponto
Reconhecer que $P(V S) = \frac{1}{5}$	2 pontos
Preencher a célula da tabela relativa a $P(S \cap V)$ (0,15)	2 pontos
Identificar o pedido com $P(S \bar{V})$	2 pontos
Reconhecer que $P(S \bar{V}) = \frac{P(S \cap \bar{V})}{P(\bar{V})}$	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(S \cap \bar{V})$ (0,6)	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(\bar{V})$ (0,82)	2 pontos
Obter o valor pedido (73%)	1 ponto

8. 14 pontos

Determinar $\overline{BC}$ em função de α 4 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever a equação reduzida da reta BD ($y = \operatorname{tg} \alpha x$)2 pontos

Determinar a abscissa do ponto B $\left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\right)$ 1 ponto

Reconhecer que $\overline{BC} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$ 1 ponto

2.º Processo

Reconhecer que a amplitude do ângulo convexo CBO é α 2 pontos

Escrever $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{OC}}{\overline{BC}}$ (ou equivalente)1 ponto

Obter $\overline{BC} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\right)$ 1 ponto

Reconhecer que as coordenadas do ponto D são $(-\cos \alpha, -\sin \alpha)$ 2 pontos

Determinar a área do triângulo $[BCD]$ em função de α 6 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que a altura do triângulo $[BCD]$ em relação ao lado $[BC]$ é dada pela expressão $1 + \sin \alpha$ 3 pontos

Escrever que a área do triângulo $[BCD]$ é dada pela expressão

$\frac{\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \times (1 + \sin \alpha)}{2}$ (ou equivalente) 3 pontos

2.º Processo

Reconhecer que a área do triângulo $[BCD]$ é igual à soma das áreas dos triângulos $[OBC]$ e $[OCD]$ 1 ponto

Escrever que a área do triângulo $[OBC]$ é dada pela expressão

$\frac{1}{2 \operatorname{tg} \alpha}$ (ou equivalente) 2 pontos

Escrever que a área do triângulo $[OCD]$ é dada pela expressão

$\frac{\cos \alpha}{2}$ (ou equivalente) 2 pontos

Escrever que a área do triângulo $[BCD]$ é dada pela expressão

$\frac{1}{2 \operatorname{tg} \alpha} + \frac{\cos \alpha}{2}$ (ou equivalente) 1 ponto

Concluir o pretendido 2 pontos

9. (ver nota) 14 pontos

Nota – Se forem apresentadas respostas aos dois itens, classifica-se apenas a primeira resposta.

9.(AE2018)

Reconhecer que $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ 3 pontos

Obter $(\cos x - \sin x)^2 = \cos^2 x - 2 \sin x \cos x + \sin^2 x$ 3 pontos

Reconhecer que $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 3 pontos

Obter $1 - (\cos x - \sin x)^2 = 2 \sin x \cos x$ 2 pontos

Concluir o pretendido 3 pontos

9.(AE2023)

Escrever $f(1) < 0 < f(1,5)$ (ou equivalente) 3 pontos

Escrever $f(1,25) < 0 < f(1,5)$ (ou equivalente) 3 pontos

Escrever $f(1,25) < 0 < f(1,375)$ (ou equivalente) 3 pontos

Reconhecer que a amplitude do intervalo $]1,25; 1,375[$ é menor do que $0,2$. 2 pontos

Apresentar o valor pedido $(1,3125)$ (**ver nota**) 3 pontos

Nota – Se for apresentado um valor pertencente ao intervalo $]1,3125; 1,375]$, esta etapa é considerada cumprida, desde que seja apresentada uma justificação.

10. 12 pontos

(C)

11. 14 pontos

Obter w na forma trigonométrica..... 7 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Substituir i^{37} por i 1 ponto

Obter $-\sqrt{3} + i = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ 2 pontos

Obter $w = e^{i\frac{5\pi}{3}}$ 4 pontos

2.º Processo

Substituir i^{37} por i 1 ponto

Obter $2e^{i(-\frac{5\pi}{6})} = -\sqrt{3} - i$ 2 pontos

Obter $w = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 2 pontos

Obter $w = e^{i\frac{5\pi}{3}}$ 2 pontos

Reconhecer que as soluções da equação são dadas pela

expressão $e^{i(\frac{5\pi}{6} + k\pi)}$, $k \in \{0, 1\}$ 3 pontos

Obter $e^{i\frac{5\pi}{6}}$ e $e^{i\frac{11\pi}{6}}$ como soluções da equação $z^2 = w$ 2 pontos

Obter as soluções na forma pedida $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ e } \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$ 2 pontos

12. 14 pontos

Reconhecer que o capital investido é 12 500 euros 1 ponto

Reconhecer que o capital acumulado pretendido é 15 000 euros 2 pontos

Apresentar a equação $C(j) = 15\,000$ (ou equivalente) (**ver nota 1**) 3 pontos

Representar o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que permite(m) resolver a equação (**ver notas 2 e 3**) 5 pontos

Assinalar o ponto relevante 1 ponto

Apresentar o valor pedido (1,375) 2 pontos

Notas:

1. Se não for apresentada qualquer equação, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos. As restantes etapas são pontuadas de acordo com o desempenho, desde que seja inequívoco que este corresponde à resolução da equação que traduz corretamente o problema.
2. Se não for apresentado um referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.
3. Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

13. (ver nota) 14 pontos

Nota – Se forem apresentadas respostas aos dois itens, classifica-se apenas a primeira resposta.

13.(AE2018)

Designemos por a , b , c e d os quatro últimos elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal, ordenados por ordem decrescente.

- Reconhecer que $d = 1$ 1 ponto
- Reconhecer que c é igual ao segundo elemento dessa linha 4 pontos
- Reconhecer que o quarto elemento da linha seguinte é $a + b$ 6 pontos
- Escrever $c = 288\ 101 - 287\ 980 - 1$ (ou equivalente) 2 pontos
- Obter o valor pedido (120) 1 ponto

13.(AE2023)

Apresentar a pontuação total de cada praia, resultante da aplicação do método descrito aos votos registados na Tabela 2 (2 + 2 + 2 + 2) 8 pontos
(Praia A – 651; Praia B – 497; Praia C – 397; Praia D – 455)

- Reconhecer que a diferença entre as pontuações das praias A e B é 154 2 pontos
- Reconhecer que, na votação dos 50 clientes, a diferença máxima entre a pontuação da praia B e a pontuação da praia A é 150 3 pontos
- Concluir o pretendido 1 ponto

14. 14 pontos

Tópicos de resposta

- Justificação da falsidade da proposição I.
Exemplo: Como a função f' tem apenas três zeros, -1 , 0 e 3 , e $f(3)$ não é extremo da função f , dado f' ser não negativa no intervalo $[0, +\infty[$, conclui-se que a função f tem, no máximo, dois extremos relativos.
- Justificação da falsidade da proposição II.
Exemplo: Como a função f' é crescente no intervalo $[3, +\infty[$, conclui-se que o gráfico da função f tem concavidade voltada para cima nesse intervalo.

Parâmetro	Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
A Conteúdos	4	Apresenta, de forma completa, as duas justificações solicitadas.	12
	3	Apresenta, de forma completa, uma das justificações solicitadas e, de forma incompleta, a outra justificação.	9
	2	Apresenta, de forma completa, apenas uma das justificações solicitadas. OU Apresenta, de forma incompleta, as duas justificações solicitadas.	6
	1	Apresenta, de forma incompleta, apenas uma das justificações solicitadas.	3
B Linguagem Científica	2	Utiliza adequadamente o vocabulário específico da Matemática.	2
	1	Utiliza, embora com uma ou mais falhas, o vocabulário específico da Matemática.	1

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

Designemos por (c_1, c_2) e por r , respetivamente, as coordenadas do centro e o raio da circunferência referida.

1.º Processo

Resolver a equação $f(x) = a$ 2 pontos

Obter as coordenadas de um dos pontos de intersecção da parábola com a reta s $((-\sqrt{1+a}, a)$ ou $(\sqrt{1+a}, a))$ 1 ponto

Reconhecer que o vértice da parábola tem coordenadas $(0, -1)$ 1 ponto

Reconhecer que $c_1 = 0$ 1 ponto

Escrever uma equação da circunferência $(x^2 + (y - c_2)^2 = r^2)$ 2 pontos

Escrever $(-1 - c_2)^2 = r^2 \wedge 1 + a + (a - c_2)^2 = r^2$ (ou equivalente) 3 pontos

Obter c_2 em função de a $(\frac{a}{2})$ 2 pontos

Obter o pedido $(1 + \frac{a}{2}, \text{ ou equivalente})$ 2 pontos

2.º Processo

Resolver a equação $f(x) = a$ 2 pontos

Obter as coordenadas de um dos pontos de intersecção da parábola com a reta s $((-\sqrt{1+a}, a)$ ou $(\sqrt{1+a}, a))$ 1 ponto

Reconhecer que o vértice da parábola tem coordenadas $(0, -1)$ 1 ponto

Reconhecer que o centro da circunferência referida é o circuncentro do triângulo definido pelo vértice da parábola e pelos pontos de intersecção da parábola com a reta s 1 ponto

Reconhecer que a reta de equação $x = 0$ é a mediatriz de um dos lados desse triângulo 1 ponto

Determinar uma equação da mediatriz de outro dos lados desse triângulo $(y = -\frac{1}{\sqrt{1+a}}x + \frac{a}{2}$ ou $y = \frac{1}{\sqrt{1+a}}x + \frac{a}{2})$ 4 pontos

Reconhecer que as duas mediatrizes se intersectam no ponto de coordenadas $(0, \frac{a}{2})$ 1 ponto

Reconhecer que o raio da circunferência referida é $|\frac{a}{2} - (-1)|$ 2 pontos

Obter o pedido $(1 + \frac{a}{2}, \text{ ou equivalente})$ 1 ponto

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 12 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.1.	3.	4.1.	4.2.	5.	6.	9.	10.	12.	14.	15.	Subtotal
Cotação (em pontos)	12	14	12	12	14	12	14	14	12	14	14	14	158
Destes 6 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	2.2.	2.3.	7.	8.	11.	13.	Subtotal						
Cotação (em pontos)	3 x 14 pontos												42
TOTAL													200